Inlämningsuppgift 2

1. Derivera följande funktioner. Motivera väl!
   (a) $f(x) = (1 + x^2)^{\sqrt{x}}$.
   (b) $g(x) = \cos(a^x)$, där $a > 0$.
   (c) $h(x) = \left(e^{\cos^2\left(\sqrt{x^2+1}\right)}\right)^2$.
   (d) $k(x) = \tan\left(\ln\left(\frac{1+\sin(x)}{1-\sin(x)}\right)\right)$.
2. Visa med hjälp av medelvärdessatsen att
$$\frac{1}{x+1} < \ln(x+1) - \ln(x) < \frac{1}{x}.$$
3. Visa att varje tangent till $y = 1 + \frac{3}{2}x^{2/3}$, $x < 0$, är en normal till $y = \frac{x^2}{2}$, $x > 0$. (Ledning: Om du betecknar tangeringspunkten för $(a, 1 + \frac{3}{2}a^{2/3})$ så kan du behöva att $(a^{-1/3} + a^{1/3})^2 = a^{-2/3} + 2 + a^{2/3}$.)
4. (a) Låt $f(x, y, z) = x^{y^z}$. Hitta $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ och $\frac{\partial f}{\partial z}$.
   (b) Låt $g(x, y, z) = \ln(x + y + z)$. Hitta $\frac{\partial g}{\partial x}$, $\frac{\partial g}{\partial y}$ och $\frac{\partial g}{\partial z}$.
   (c) Låt $h(x, y, z) = \sin(x^2y)\cos(z)\ln(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$. Hitta $\frac{\partial h}{\partial x}$, $\frac{\partial h}{\partial y}$ och $\frac{\partial h}{\partial z}$.
5. (a) Beräkna $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2}\left(\frac{1}{\cos(x)} - 1\right)$.
   (b) Beräkna $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 2^x - x^2 3^x}{x^3 2^x + x^2 3^x}$.
6. Beräkna cos(arctan(2)+arctan(3)) exakt. Vad är alltså arctan(2)+arctan(3)? Motivera!

Lycka till!

Andreas Lind