

## Testtentamen i Analys I

Datum: ???-??-??

Lärare: Andreas Lind

Hjälpmedel: Penna, linjal, samt miniräknare (inte symbolhanterande)

För att få minst betyget E på tentan så måste du ha uppfyllt lärandemålen i kursen.

**Kom ihåg att motivera dina lösningar med bilder och text och avsluta uppgiften med ett tydligt svar. Skriv endast på en sida av bladet.**

1. Beräkna följande gränsvärden

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|5-2x|-|x-2|}{|x-5|-|3x-7|}.$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x+1}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}.$$

2. Låt  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ . Visa att  $f^{-1}$  existerar och ta fram ett explicit uttryck för  $f^{-1}(x)$ .

3. En rektangel är inskriven i en rätvinklig triangel så att två hörn ligger på hypotenusan och de båda andra på kateterna. Hur stor del av triangelns area utgör rektangeln när dess area är så stor som möjligt?

4. Bestäm konstanten  $a$  så att funktionen  $f$  definierad genom

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 \sin(1/x) & x > 0 \\ a(1-x)^x & x < 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig och deriverbar i  $x = 0$ .

5. Bestäm konstanterna  $a$  och  $b$  så att  $f(x) = \frac{x^2+ax+3}{x+b}$  får asymptoten  $y = x + 2$  och ett lokalt minimum för  $x = 0$ . Undersök kurvan  $y = f(x)$  med avseende på max/min-punkter, växande, avtagande, konkavitet och asymptoter. Skissera sedan kurvan.

6. Genom att använda både Newtons metod och iterationsmetoden i 4 steg hitta en rot med 4 decimaler till  $x^3 + 2x - 1 = 0$  med startvärde  $x_0 = 0.5$ .
7. Beräkna  $\cos(\arcsin(1/3) + \arctan(3))$  exakt.
8. Betrakta funktionen  $f(x) = \sqrt{5 - x^2}$ . Använd derivatans definition för att hitta tangentens lutning för  $f(x)$  i punkten  $x = 1$ .

Lycka till!

Andreas Lind