

Tentamen i Ma1A (5p) för basåret

2004-01-15 kl. 08.00-13.00

Max: 30p Betyg 3: 15p Betyg 4: 20p Betyg 5: 25p

Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter. Införda variabler ska förklaras. Enbart svar godtas ej. Tänk på att alla svar ska ges i så enkel form som möjligt. Skriv namn på alla blad som lämnas in.

Hjälpmedel: Miniräknare (ej symbolhanterande) och formelsamling.

1. Derivera följande funktioner:

a) $f(x) = x^4 - 2x^3 + x - 5$ (1p)

b) $f(x) = x^{1,3} + \sqrt{x}$ (1p)

c) $f(x) = e^{5x} + \frac{1}{x^2}$ (1p)

2. Lös följande ekvationer och svara med två decimalers noggrannhet:

a) $12 - x^5 = 3$ (1p)

b) $2e^{3x} = 9$ (1p)

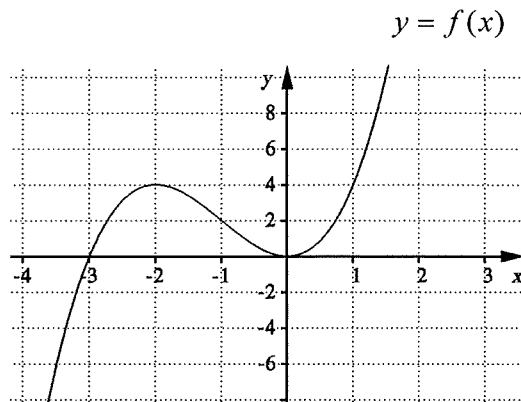
c) $\lg 3 + \lg 5 = \lg x^2$ (1p)

3. Nedan finns grafen till $f(x)$. Lös följande ekvationer och olikheter med hjälp av denna graf.

a) $f(x) = 4$ (1p)

b) $f'(x) = 0$ (1p)

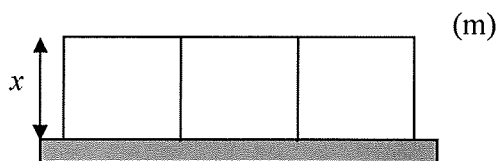
c) $f'(x) > 0$ (1p)



4. a) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = 2x^2 - x^3 + 1$ i den punkt där $x = 2$. (1,5p)
- b) Lös ekvationen $f'(x) = 7$ då $f(x) = e^{2x} + 3x$. Svara exakt. (1,5p)

5. a) Låt $f(x) = x^2 + 3x$. Visa med hjälp av derivatans definition att $f'(x) = 2x + 3$. (2p)
- b) Bestäm talet a_4 , så att talföljden här nedan är en geometrisk talföljd.
 $a_1 = 1,7 \quad a_2 = 1,36 \quad a_3 = ? \quad a_4 = ?$ (1p)

6. Med ett 480 m långt stängsel inhägnas 3 lika stora rektangulära hagar mot en mur.



Mot muren behövs inte något stängsel. Enligt figuren betecknar vi en sida med x och hagarnas sammanlagda area med $y \text{ m}^2$.

- a) Bestäm y som en funktion av x . (1p)
- b) Ange funktionens definitionsmängd. (1p)
- c) Vilket är det största värde som hagarnas sammanlagda area kan anta? (1p)
7. Bestäm med hjälp av derivata alla eventuella max-, min- och terasspunkter för funktionen $f(x) = 0,25x^4 - x^3 + x^2 - 1$. Rita därefter funktionens graf. (3p)

8. Inköpspriset för en ny bil är 98 900kr. Efter t år är bilens värde y kr, där $y = 98900e^{-0,3t}$.
- a) Hur mycket är bilen värd efter 3 år? (1p)
- b) Vad är den årliga procentuella förändringen av bilens värde? (1p)
- c) Beräkna värdeändringstakten i kr/år efter 5 år? (1p)
9. Annika ska göra ett inspel till en golfgreen. Golfbollens höjd y m över marken efter t s kan beskrivas med funktionen $y = at - 5t^2$, där a är en konstant som står för bollens utgångshastighet i höjdlid. Eftersom Annika måste slå över några träd bedömer hon att bollen ska vara 18 m över marken då den når sin högsta punkt. Vilket värde på a bör Annika välja? (3p)
10. Brians bror fick vart tredje år en utbetalning i guldmynt. Storleken av varje utbetalning bestämdes av året enligt kristen tideräkning på så sätt att
- antal guldmynt som utbetalas = året då utbetalningen skedde.*
- När Brians bror sedan på sin dödsbädd summerade de 33 utbetalningar som gjorts, kunde han konstatera att han totalt fått 1815 guldmynt. Vilket år startade utbetalningarna? (3p)

Lycka till!

Svar till Ma1A-tenta 040115

Uppgift 1

a) $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 1$

b) $f'(x) = 1,3x^{0,3} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

c) $f'(x) = 5e^{5x} - \frac{2}{x^3}$

Uppgift 2

a) $x \approx 1,55$

b) $x \approx 0,50$

c) $x \approx 3,87$

Uppgift 3

a) $x_1 = -2; x_2 = 1$

b) $x_1 = -2; x_2 = 0$

c) $x < -2$ och $x > 0$

Uppgift 4

a) $y = -4x + 9$

b) $x = \frac{\ln 2}{2}$

Uppgift 5

a)

b) $a_4 = 0,8704$

Uppgift 6

a) $y = 480x - 4x^2$

b) $0 < x < 120$

c) $14\,400\text{m}^2$

Uppgift 7

Minimipunkter: $(0, -1)$ och $(2, -1)$.

Maximipunkt $(1, -0,75)$.

Uppgift 8

a) 40 200kr

b) Minskning med 26%

c) Minskning med 6600 kr/år

Uppgift 9

$a = 19$

Uppgift 10

År 7 e.kr

Tentamen i Baskurs Matematik C (5p)

MAAX73

2006-03-25 kl. 09.00-14.00

Max: 30p Betyg 3: 15p Betyg 4: 20p Betyg 5: 25p

Betyg G: 15p Betyg VG: 23p

Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter. Införda variabler ska förklaras. Enbart svar godtas ej. Tänk på att alla svar ska ges i så enkel form som möjligt. Skriv namn på alla blad som lämnas in.

Hjälpmedel: Miniräknare (ej symbolhanterande) och formelsamling.

1. Förenkla så långt som möjligt:

a) $\frac{6x^3y + 4xy}{2xy}$ (1p)

b) $\frac{c-1}{1-c}$ (1p)

c) $\frac{a^4b^2 - 25}{a^2b + 5}$ (1p)

2. Derivera följande funktioner:

a) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 7x + 1$ (1p)

b) $f(x) = x^{1,2} + e^{3x}$ (1p)

c) $f(x) = 4\sqrt{x}$ (1p)

3. Lös följande ekvationer och svara med tre decimalers noggrannhet:

a) $\frac{x^7}{5} = 78$ (1p)

b) $11^x - 20 = 0$ (1p)

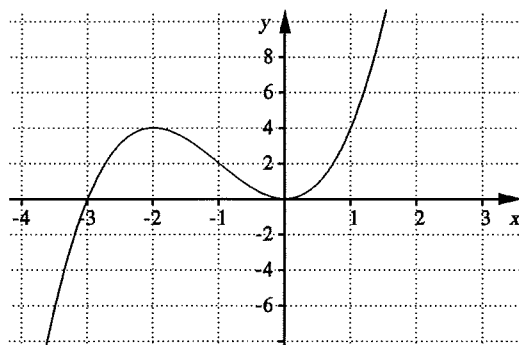
c) $\frac{1}{x} = x + 1$ (1p)

4. a) Till kurvan $y = 2 + 2x - x^2$ dras en tangent i den punkt där $x = 4$. Bestäm tangentens ekvation. (1,5p)

b) Kurvan $y = x^2 - 5x + 3$ har en tangent som är parallell med linjen $y = x - 2$. Bestäm tangentens ekvation. (1,5p)

5. I figuren finns grafen till $y = f(x)$. Lös följande uppgifter med hjälp av figuren:

- a) Lös ekvationen $f(x) = 4$ b) Lös ekvationen $f'(x) = 0$
c) För vilka x gäller att $f'(x) < 0$ (3p)



6. a) Vi har en aritmetisk talföljd där $a_1 = 7$ och $a_3 = 12$. Beräkna talet a_{17} i denna talföljd. (1,5p)
b) Beräkna summan av de första sju talen i den geometriska talföljd där $a_1 = 3$ och $a_2 = 12$. (1,5p)

7. Antalet bakterier $N(t)$ i en bakteriekultur ges av sambandet $500e^{0,2t}$, där t är tiden i timmar efter försökets början.
a) Hur många bakterier finns det vid försökets början? (1p)
b) Efter hur lång tid finns det 1660 bakterier i kulturen? (1p)
c) Med vilken hastighet ökar antalet bakterier efter två timmar? (1p)

8. Bestäm med hjälp av derivata eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter till funktionen $f(x) = x^4 - 2x^3$. Rita därefter grafen. (3p)

9. I en slottspark ska en rektangulär experimentträdgård anläggas. Trädgården ska ha arean 1200m^2 och den ska inhägnas. Tre av sidorna ska byggas av tegel till en kostnad av 400kr/m. På den fjärde sidan byggs ett trästaket till en kostnad av 200kr/m. Hur ska man välja sidorna om man vill minimera kostnaden för inhägnaden? (3p)

10. Lös ekvationen för det positiva heltalet n

$$\frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{1 + 2 + 3 + \dots + 100} = \frac{1703}{1010} \quad (3p)$$

Lycka till!

1. a) $3x^2 + 2$
b) -1
c) $a^2b - 5$
2. a) $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 7$
b) $f'(x) = 1,2x^{0,2} + 3e^{3x}$
c) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$
3. a) $x = 2,345$
b) $x = 1,249$
c) $x_1 = 0,618; x_2 = -1,618$
4. a) $y = -6x + 18$
b) $y = x - 6$
5. a) $x_1 = -2; x_2 = 1$
b) $x_1 = -2; x_2 = 0$
c) $-2 < x < 0$
6. a) $a_{17} = 47$
b) $s_7 = 16383$
7. a) 500
b) 6 h
c) 150 bakt/h
8. Terrasspunkt $(0,0)$
Minimipunkt $\left(\frac{3}{2}; -\frac{27}{16}\right)$
9. Låt sidorna vara 30 m och 40 m. Bygg trästaketet på en 40 m-sida.
10. $n = 130$ (Aritmetiska summor i täljare och nämnare)

Mittuniversitetet
Institutionen för teknik, fysik och matematik
Herje Westman, Tomas Nilson

Tentamen i Baskurs Matematik C (5p)

2007-04-25. kl: 08.00-13.00

Max: 30p Betyg 3: 15p Betyg 4: 20p Betyg 5: 25p

Betyg G: 15p Betyg VG: 23p

Skriv tydliga och utförliga lösningar till alla uppgifter. Införda variabler ska förklaras. Enbart svar godtas ej. Tänk på att alla svar ska ges i så enkel form som möjligt. Skriv namn på alla blad som lämnas in.

Hjälpmedel: Miniräknare (ej symbolhanterande) och formelsamling.

1. Förenkla så långt som möjligt:

a) $\frac{a^2 - 1}{a + 1}$ (1p)

b) $\frac{12x^2 - 27y^2}{2x - 3y}$ (1p)

2. Derivera följande funktioner:

a) $f(x) = 2x^3 - 5x + 7$ (1p)

b) $g(x) = x^{3,7} + e^x$ (1p)

c) $h(x) = \frac{6}{x^2}$ (1p)

3. Lös följande ekvationer och svara med tre decimalers noggrannhet:

a) $x^5 = 13$ (1p)

b) $5^x = 13$ (1p)

4. a) Till kurvan $g(x) = \frac{1}{4} + 3x - x^2$ dras en tangent i den punkt där $x = \frac{1}{2}$. Bestäm tangentens ekvation. (1,5p)

- b) Linjen $y = 2x + 5$ är tangent till funktionen $f(x)$ i den punkt där $x = 3$. Bestäm $f(3)$ och $f'(3)$. (1,5p)

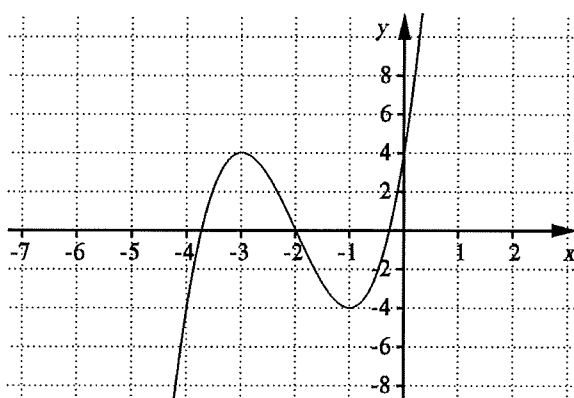
5. I figuren finns grafen till $y = f(x)$. Lös följande uppgifter med hjälp av figuren.

a) Lös ekvationen $f(x) = -4$

b) Lös ekvationen $f'(x) = 0$

c) Antag att $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Bestäm d .

(3p)



6. a) Summera de första hundra positiva heltalen: $1+2+\dots+100$.

(1p)

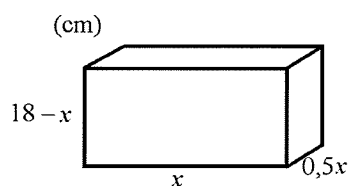
- b) I en geometrisk summa om åtta termer är första termen 2 och den sista termen är 156250. Hur stor är summan?

(2p)

7. En antikvitetshandlare köper årsskiftet 1986/87 en möbel för 12.000kr. Årsskiftet 1992/93 erbjuds han 34.000kr för möbeln. Han vill dock inte sälja förrän priset har stigit till 80.000kr. Vid vilket årsskifte kan han då tidigast sälja möbeln om priset antas växa exponentiellt i samma takt?

(3p)

8. Bestäm lådans maximala volym.



(3p)

9. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} \lg(xy) = 4 \\ \lg\left(\frac{x}{y}\right) = 8 \end{cases}$$

(2p)

10. Bestäm med hjälp av derivata alla eventuella max-, min- och terrasspunkter för funktionen $f(x) = x^3 - \frac{3x^2}{2} - 6x$. Skissa därefter funktionens graf. (3p)
11. Vid utprovning av en ny typ av virushämmande preparat fann man att optimal effekt uppnåddes om 840 mg av preparatet fanns i kroppen. På grund av risken för biverkningar var det dock inte möjligt att injicera allt på en gång. Istället fick patienterna tolv lika stora doser med en timmes mellanrum. Medicinen börjar verka direkt vid varje injektion men 23% bryts ned i kroppen varje timme. Hur stor bör varje dos vara om man vill att 840 mg ska finnas i kroppen direkt efter den sista injektionen? (3p)

Lycka till!

Svar till tentamen i baskurs MaC 070425

1. a) $a-1$
b) $6x+9y$ alt. $3(2x+3y)$
2. a) $f'(x) = 6x^2 - 5$
b) $g'(x) = 3,7x^{2,7} + e^x$
c) $-\frac{12}{x^3}$
3. a) $x = 13^{1/5} \approx 1,670$
b) $x = \frac{\lg 13}{\lg 15} \approx 1,594$
4. a) $y = 2x + \frac{1}{2}$
b) $f(3) = y(3) = 11$; $f'(3) = y' = 2$
5. a) $x_1 = -4$; $x_2 = -1$
b) $x_1 = -3$; $x_2 = -1$
c) $d = f(0) = 4$
6. a) Aritmetisk summa: $s_{100} = \frac{100(1+100)}{2} = 5050$
b) Geometrisk summa: $s_8 = \frac{2(5^8 - 1)}{5 - 1} = 195312$
7. Vänta 11 år, dvs till årsskiftet 97/98.
8. Maximal volym är 432cm^3 .
9.
$$\begin{cases} x = 10^6 \\ y = 10^{-2} \end{cases}$$
10. Maximipunkt $(-1, 7/2)$; Minimipunkt $(2, -10)$.
11. Vi har geometrisk summa $840 = \frac{a_1(0,77^{12} - 1)}{0,77 - 1}$ och det ger
$$a_1 = \frac{840(0,77 - 1)}{0,77^{12} - 1} \approx 201,97. \text{ Svar: } 202\text{mg.}$$