

Förenkling av polynom

Här ska vi förenkla några polynomiella uttryck. Materialet som vi går igenom här finns i boken Matematik 3000 på sidorna 202-207.

Exempel 1. Vi ska förenkla följande uttryck:

(a) $(8 + 3x) + (5 - 2x)$

(b) $(8 + 3x) - (5 - 2x)$

(c) $3x(2 - x) - 4(x^2 - x)$

(d) $-(b - a) - (a + b)$

Vi börjar med (a):

$$(8 + 3x) + (5 - 2x) = 8 + 3x + 5 - 2x = 13 + x.$$

Vidare med (b):

$$(8 + 3x) - (5 - 2x) = 8 + 3x - 5 + 2x = 3 + 5x.$$

Nu till (c):

$$3x(2 - x) - 4(x^2 - x) = (6x - 3x^2) - (4x^2 - 4x) = 6x - 3x^2 - 4x^2 + 4x = 10x - 7x^2.$$

Slutligen (d):

$$-(b - a) - (a + b) = -b + a - a - b = -2b.$$

□

Exempel 2. Vi ska förenkla följande uttryck:

(a) $ab(a - b) - a(ab - b^2)$

(b) $4x(x^2 - 3x - 6) + x^2(x - 9) - 3x(x^2 - 2)$

Låt oss börja med (a):

$$ab(a - b) - a(ab - b^2) = a^2b - ab^2 - a^2b + ab^2 = 0.$$

Vidare så gäller för (b):

$$\begin{aligned} 4x(x^2 - 3x - 6) + x^2(x - 9) - 3x(x^2 - 2) &= 4x^3 - 12x^2 - 24x + x^3 - 9x^2 - 3x^3 + 6x = \\ &= 2x^3 - 21x^2 - 18x \end{aligned}$$

□

Exempel 3. Vi ska bryta ut så mycket som möjligt:

(a) $12x^2y^4 + 4xy^2 - 6x^3y$

(b) $15t^3z^6 - 5t^2z^3 - 10tz^2$

Vi har att i (a) så gäller:

$$12x^2y^4 + 4xy^2 - 6x^3y = 2xy(6xy^3 + 2y - 3x^2).$$

Vidare i (b) så har vi:

$$15t^3z^6 - 5t^2z^3 - 10tz^2 = 5tz^2(3t^2z^4 - tz - 2).$$

□

Exempel 4. Vi ska multiplicera ihop följande faktorer och därefter förkorta:

(a) $(2x + 3y)(4x - 2y)$

(b) $(3t - 4u)(t - u)$

Vi har att i (a) så gäller:

$$(2x + 3y)(4x - 2y) = 8x^2 - 4xy + 12xy - 6y^2 = 8x^2 + 8xy - 6y^2.$$

Vidare i (b) så har vi:

$$(3t - 4u)(t - u) = 3t^2 - 3tu - 4tu + 4u^2 = 3t^2 - 7tu + 4u^2.$$

□

Exempel 5. Vi ska lösa följande ekvationer:

(a) $(x + 3)(x - 2) = x^2 - 6x + 1$

(b) $4(s + 1)(s - 1) = (2s + 1)(2s + 3)$

Vi har att i (a) så gäller:

$$(x + 3)(x - 2) = x^2 - 6x + 1$$

Utveckla nu västerledet så får vi att

$$x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 - 6x + 1.$$

Flytta över allt på en sida så får vi att

$$4x - 7 = 0 ,$$

vilket betyder att $4x = 7$, så $x = 7/4$.

Låt oss nu betrakta (b). Utveckla både högerledet och vänsterledet. Då får vi att

$$4(s^2 - s + s - 1) = 4s^2 + 6s + 2s + 3.$$

Flytta över allt på en sida så får vi att

$$8s + 7 = 0.$$

Detta betyder att $8s = -7$, så $s = -7/8$. □