

## Polynom

I detta dokument så ska vi gå igenom några fler exempel på polynom. Materialet som vi går igenom här finns i boken Matematik 3000 på sidorna 199-201.

*Exempel 1.* Låt  $p(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 3$ . Vi ska beräkna  $p(2)$  och  $p(-1)$ . Vi har att

$$p(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 8 + 8 - 8 + 3 = 11$$

och

$$p(-1) = (-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = -1 + 2 \cdot 1 + 4 + 3 = -1 + 2 + 4 + 3 = 8.$$

□

*Exempel 2.* Vi ska hitta ett andragradspolynom  $h(t)$  som uppfyller att  $h(1) = 2$ ,  $h(0) = 3$  och  $h(-1) = 4$ . Ett generellt andragradspolynom  $h(t)$  kan skrivas som  $h(t) = at^2 + bt + c$ . Detta ger att

$$2 = h(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = a + b + c,$$

$$4 = h(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$$

och

$$1 = h(-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = a - b + c.$$

Från den andra ekvationen så får vi att  $c = 3$ . Sätter vi in detta i första och tredje ekvationen så ser vi att  $a + b + 3 = 2$  och  $a - b + 3 = 4$ . Detta ger att  $a + b = -1$  och  $a - b = 1$ . Läger vi ihop  $a + b = -1$  och  $a - b = 1$  så får vi att  $2a = 0$ , dvs  $a = 0$ . Detta ger, via  $a + b = -1$ , att  $b = -1$ . Alltså måste polynomet  $h(t)$  vara på formen

$$h(t) = -t + 3.$$

Vi ser alltså att  $h(t)$  inte alls är ett andragradspolynom utan ett förstgradspolynom. □

*Exempel 3.* Ett vinföretag tillverkar  $N(t) = 3t^2 - 2t + 1$  stycken vinflaskor efter  $t$  minuter.

- (a) Hur många vinflaskor tillverkar vinföretaget efter 2 timmar? Efter 10 minuter?

(b) Hur stor är förändringen av tillverkningen från 10 minuter till 11 minuter?

Låt oss börja med (a). Eftersom  $t$  anges i minuter så måste vi räkna om 2 timmar till minuter, dvs 120 minuter. Detta ger att företaget tillverkar

$$N(120) = 3 \cdot 120^2 - 2 \cdot 120 + 1 = 42961$$

stycken vinflaskor efter 2 timmar. Efter 10 minuter så har företaget tillverkat

$$N(10) = 3 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10 + 1 = 281$$

stycken vinflaskor.

Vi fortsätter med (b). Vi ska se vad  $N(11) - N(10)$  blir. Vi har enligt (a) att  $N(10) = 281$ . Vidare så är

$$N(11) = 3 \cdot 11^2 - 2 \cdot 11 + 1 = 342.$$

Förändringen blir alltså

$$N(11) - N(10) = 342 - 281 = 61$$

vinflaskor. □

*Exempel 4.* Beräkna  $k(7)$  då  $k(2x+1) = x^3 + 2x^2 - 1$ . Eftersom  $2x+1 = 7$  betyder att  $x = 3$  så

$$k(7) = k(2 \cdot 3 + 1) = 3^3 + 2 \cdot 3 - 1 = 9 - 6 - 1 = 2.$$

□