

Inlämningsuppgift 3

i

Komplex Analys C

1. Visa att $\operatorname{Re}\left(\frac{\cos z}{e^z}\right)$ är harmonisk på \mathbb{C} .
2. Betrakta annulusen $A = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z - i| < 3\}$. Hitta en harmonisk funktion $\phi(z) = \phi(x, y)$ på A så att $\phi = 10$ på $|z - i| = 1$ och $\phi = 100$ på $|z - i| = 3$.
3. Låt $f(z) = \frac{p(z)}{q(z)}$ och antag att q har ett nollställe av ordning m i z_0 och att $p(z_0) \neq 0$. Visa att f' har en pol av ordning $m + 1$ i z_0 .