

Inlämningsuppgift 7

i

Komplex Analys C

1. Antag att $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C} \setminus \{z_0\})$, och antag att f har en enkel pol i z_0 . Visa att det finns en punkterad omgivning till z_0 där f är injektiv.
2. Ett område är **konvext** om för varje par av punkter i området så finns det ett linjesegment mellan punkterna som ligger helt inne i området. Låt nu $f \in \mathcal{O}(\Omega)$, där $\Omega \subset \mathbb{C}$ är konvex. Visa att om $\operatorname{Re}(f'(z)) > 0$ för alla $z \in \Omega$ så är f injektiv på Ω .

3. Låt

$$f(z) = \frac{2+z}{3-2z}.$$

Bestäm $f(B(0, 1))$.

4. Låt $D = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 2, |z - 1| < 5\}$ och låt $f(z) = \frac{z-2i}{z-4}$. Bestäm $f(D)$.