

# Inlämningsuppgift 3

i

## Komplex Analys C

1. Låt  $p: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  vara ett polynom som har ett nollställe av ordning  $m$  i  $z = z_0$ . Visa att  $p'(z)$  har ett nollställe av ordning  $(m - 1)$  i  $z = z_0$ .
2. Visa att  $e^z$  är injektiv på  $B(z, \pi)$  där  $z \in \mathbb{C}$ .
3. Finn en gren till  $\log(z^2 + 1)$  som är holomorf i  $z = 0$  och antar värdet  $2\pi i$  där.
4. Är principalvärdet till  $(z_1 z_2)^\alpha$  lika med produkten av principalvärdena  $z_1^\alpha z_2^\alpha$ ?
5. Låt  $f(z) = \ln |z| + i \arg z$ ,  $-\pi/2 < \arg z < 3\pi/2$ . Visa att  $f$  inte är kontinuerlig på  $B(0, 1)$ .