

Inlämningsuppgift 5

i

Komplex Analys C

1. Finns det en potensserie $\sum_{j=0}^{\infty} a_j z_j$ som konvergerar i $z = 2 + 3i$ och divergerar i $z = 3 - i$?
2. Laurentseriutveckla $\frac{1}{z^2+4z+3}$ i området $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 3\}$.
3. Laurentseriutveckla $\frac{z}{(z-1)(z-3)(z-5)}$ kring $z_0 = 3$. Bestäm dess konvergenstradie.
4.
 - a) Låt $f \in \mathcal{O}(B(0, 1))$ så att $f(0) = 0$ och $|f(z)| \leq 1$ på $B(0, 1)$. Visa att $|f(z)| \leq |z|$ för alla $z \in B(0, 1)$.
 - b) Låt $f \in \mathcal{O}(B(0, 1))$ vara sådan att $|f(z)| \leq M$ för alla $z \in B(0, 1)$ och $f(z_0) = 0$, $z_0 \in B(0, 1)$. Visa att

$$|f(z)| \leq M \left| \frac{z - z_0}{1 - z\bar{z}_0} \right|.$$