

Tentamen i Översiktscurs i Analys, 7,5hp

MA057G

Datum: 2009-03-18

Skrivtid: 5 timmar

Lärare: Andreas Lind

NAT/THU

Hjälpmedel: Formelsamling (Gymnasieformelsamling, Ekbom Tabeller och formler för NV-programmet, Natur & Kultur eller Tefyma), skriv och ritmaterial samt miniräknare som ej är symbolhanterande. Ange märke och modell på din miniräknare på omslaget till tentamen.

Den obligatoriska delen av denna tenta omfattar 8 frågor. Därutöver innehåller skrivningen en frivillig uppgift. Den obligatoriska delen kan maximalt ge betyget B. Tillsammans med betyget B på den obligatoriska delen kan lösningen på den frivilliga uppgiften ge kursbetyget A. En god behandling av den frivilliga uppgiften kan även lyfta kursbetyget ett steg från ett skrivningsbetyg C, D eller E på den obligatoriska delen. Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga, att de blir svåra att följa. Brister i framställningen kan ge avdrag även om slutresultatet är rätt! Behandla högst en uppgift på varje papper! Glöm ej att skriva kod på varje sida.

LYCKA TILL!!

1. (Obligatorisk)

(a) Bestäm följande integral $\int 2x \cos(x) dx$.

(b) Derivera $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x} + x$ en gång.

(c) Beräkna $\int_{-\infty}^0 \left(\frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x}} + 1 \right) dx$.

2. (Obligatorisk)

Beräkna längden av kurvan som ges av parametriseringen $x(t) = r \cos(t)$, $y(t) = r \sin(t)$, då $t \in [0, 2\pi]$ och $r > 0$ är en konstant. Vad föreställer kurvan?

3. (Obligatorisk)

En rektangel med sidorna parallell med koordinataxlarna är inskriven i ellipsen

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

Hur stor kan arean för rektangeln bli?

4. (Obligatorisk)

Bestäm lösningen till följande begynnelsevärdesproblem

$$\begin{cases} y' = 3x^2(1 + y^2) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

5. (Obligatorisk)

Beräkna följande integraler

(a) $\int_1^2 \frac{dx}{(5-x^2)^{3/2}}$.

(b) $\int_1^{\ln 3} \frac{dx}{e^{2x} - 4e^x + 4}$.

6. (Obligatorisk)

Bestäm lösningen till följande begynnelsevärdesproblem

$$\begin{cases} y'' + y' - 6y = e^{2x} \\ y'(0) = 1 \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

7. **(Obligatorisk)**

- (a) Ange Taylorutvecklingen för $f(x) = \sqrt{x}$ kring $x = 1$ upp till 3:e ordningens term samt restterm.
- (b) Skissera $f(x) = \sqrt{x}$ och Taylorpolynomet av ordning 3 i samma koordinatsystem.

8. **(Obligatorisk)**

Säg att du roterar $\sin(x)$ kring x -axeln eller y -axeln. Vad blir rotationsvolymen i de olika fallen då du integrerar från 0 till π . Kan du grovt skissera vilka typer av kroppar du får av dessa rotationsvolymmer.

A. **(Frivillig)**

En rektangel är inskriven i en rätvinklig triangel så att två hörn ligger på hypotenusan och de båda andra på kateterna. Hur stor del av triangelns area utgör rektangeln när dess area är så stor som möjligt?

Lycka till!

Andreas Lind.