

F3: Konstruktion av kombinatorisk logik

• **Innehåll:**

- Analys av kombinatoriska kretsar
- Kretsbeskrivning och konstruktioner
- Manipulering av kretsar
- Minimering av kombinatoriska kretsar
- Karnaugh-diagram
- Minimering av summa-av-produkter (sum-of-products)
- Ingångar med don't care kombinationer
- Exklusive-eller operator
- logiska matriser

1 (19)

Analys av kombinatoriska kretsar

Genom analys av en krets med kombinatorisk logik kan vi få fram en formell beskrivning av kretsen (logiskt uttryck).

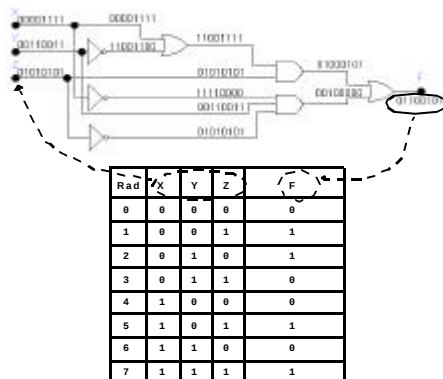
Med det logiskt uttrycket kan vi:

- bestämma kretsens beteende för olika värden på ingångarna
- Ta fram nya kretslösningar genom att manipulera det logiska uttrycket
- Anpassa det logiska uttrycket efter de logiska grindar man har till hands
- Skapa en "hög-nivå"-modell av kretsen som ersätter de logiska grindarna

2 (19)

Exempel: Skapa sanningstabell

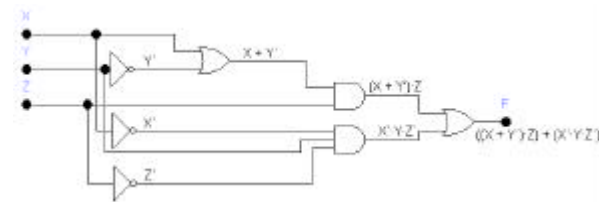
Metod: Gå igenom kretsen med samtliga kombinationer på ingångarna och skapa en sanningstabell.



3 (19)

Exempel: skapa logiska uttryck för signalerna

Metod: Gå igenom kretsen och ta fram logiska uttryck för samtliga interna signaler tills utgången F nås.



4 (19)

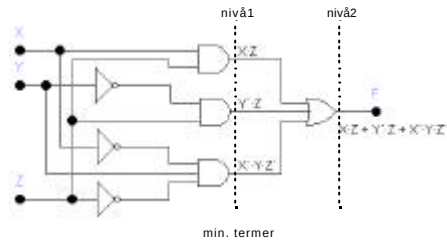
Skriv om uttrycket till summa-av produkter (SOP)

Från den givna kretsen fick vi:

$$F = ((X + Y') \cdot Z) + (X' \cdot Y \cdot Z')$$

$$= X \cdot Z + Y' \cdot Z + X' \cdot Y \cdot Z' \text{ (summa-av-produkter)}$$

Uttrycket kan realiseras med en två nivå och-eller krets.



5 (19)

Skriv om uttrycket till produkt-av-summor (POS)

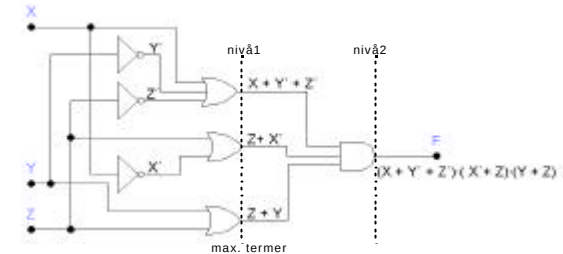
Från den givna kretsen fick vi:

$$F = ((X + Y') \cdot Z) + (X' \cdot Y \cdot Z')$$

$$= (X + Y' + X') \cdot (X + Y' + Y) \cdot (X + Y' + Z') \cdot (Z + X') \cdot (Z + Y) \cdot (Z + Z') \text{ (enligt T8')}$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot (X + Y' + Z) \cdot (X' + Z) \cdot (Y + Z) \cdot 1$$

$$= (X + Y' + Z) \cdot (X' + Z) \cdot (Y + Z)'$$



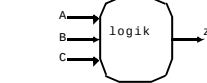
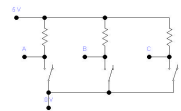
6 (19)

Kretsbeskrivning

En kretsbeskrivning (eller funktionell specifikation) kan vara på formen:

- Naturligt språk (svenska, engelska, etc.)
- Sanningstabell
- På formen **summa-av-produkter (Σ)** eller **produkt-av-summor (Π)**

Exempel: Konstruera ett logisk krets som indikerar (ger värdet 1) då två stycken kontakter brevid varandra är öppna.



Krets som detekterar att två kontakter brevid varandra är öppna

Då en kontakt är öppen motsvaras det av att signalen är hög (logisk etta).

- Ta fram ett logiskt uttryck.
- Ta fram en kretslösning.
- Minimera kretslösningen.

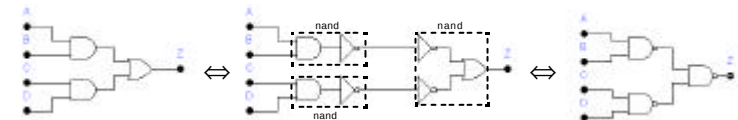
7 (19)

Manipulering av kretsar

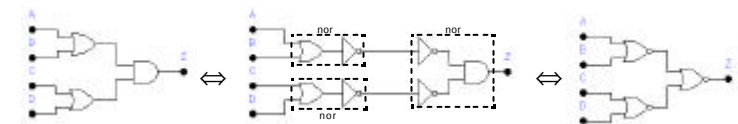
Det naturliga sättet att bilda logiska funktioner är genom *och*-, *eller*-, *icke*-uttryck.

Men det är effektivare att välja *nand*- och *nor*-grindar då man konstruerar kretsen (dessa grindar är i regel snabbare och kompaktare än and- och or-grindar).

Övergång från *OCH-ELLER* till *NAND-NAND* för kretsar på summa-av-produkt form:



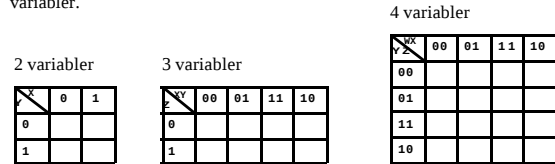
Övergång från *ELLER-OCH* till *NOR-NOR* för kretsar på produkt-av-summa form:



8 (19)

Karnaugh-diagram

Ett Karnaugh-diagram är en beskrivning av en logisk funktions sanningstabell med 2, 3 eller 4 variabler.



Exempel: samband mellan sanningstabell och Karnaugh-diagram

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

X\Y\Z	00	01	11	10
0				
0				
1				
1				

9 (19)

Minimering av summa-av produkt uttryck

X\Y\Z	00	01	11	10
0				
0				
1				

$$\begin{aligned}
 F &= \dots + X \cdot Y' \cdot Z + X \cdot Y \cdot Z \\
 &= \dots + X \cdot Z \cdot (Y' + Y) \\
 &= \dots + X \cdot Z \cdot 1 \\
 &= \dots + X \cdot Z
 \end{aligned}$$

- varje etta i sanningstabellen motsvarar en minterm
- varje par av närliggande ettor i K-diagrammet har mintermer som endast skiljer på en variabel
- generellt kan två närliggande ettor beskrivas som: $\text{term} \cdot Y' + \text{term} \cdot Y = \text{term} \cdot (Y' + Y) = \text{term}$

Regeln om rektangulära set med ettor

Genom Karnaugh-diagrammets konstruktion kan man använda sig av ett antal "grafiska" regler då man ska ta fram det logiska uttrycket:

- Om en inringning i K-diagrammet täcker en yta där variabeln är 0, så är variabeln i komplementär form i uttrycket
- Om en inringning i K-diagrammet täcker en yta där variabeln är 1, så är variabeln i icke-komplementär form i uttrycket
- Om en inringning i K-diagrammet täcker en yta där variabeln är både 0 och 1, så ska variabeln inte finnas i uttrycket överhuvudtaget.

10 (19)

Minimering av summa-av-produkt uttryck

Exempel:

X\Y\Z	00	01	11	10
0				
0				
1				

$$F = Y' \cdot Z + X \cdot Z + X \cdot Y'$$

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

11 (19)

Definitioner

Implicera (imply)

En logisk funktion $P(X_1, \dots, X_n)$ implicerar $F(X_1, \dots, X_n)$ om det för varje kombination på ingångarna sådana att $P = 1$ också ger $F = 1$.

Skrivsätt: $P \Rightarrow F$, F täcker P (F includes P ; F covers P)

Primimplikator (prime implicant)

En *primimplikator* är en normal produktterm P som implicerar F så att om någon variabel tas bort från P så implicerar inte den resulterande termen F .

X\Y\Z	00	01	11	10
0				
0				
1				

$$F = Y' \cdot Z + X \cdot Z + X \cdot Y'$$

X	Y	Z	P	F
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	0	1

12 (19)

• Särskiljande 1-cell (distinguished 1-cell)

En särskiljande 1-cell för en logisk funktion är en ingångskombination som täcks av enbart en primimplikator.

X\Y	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	1	1	0

särskiljande 1-celler

väsentliga primimplikatorer:

$Y \cdot Z$ och $X \cdot Z'$

(ej $X \cdot Y$)

• Väsentlig primimplikator (essential prime implicant)

En väsentlig primimplikator för en logisk funktion är en primimplikator som täcker en eller flera särskiljande celler.

13 (19)

Procedur för att ta fram minimal logik

1. Identifiera de väsentliga primimplikatorerna. Dessa **måste** ingå i den minimala summan.

2. Om inte alla 1-celler täcks av de väsentliga primimplikatorerna så tar man fram ett reducerat K-diagram. I det reducerade K-diagrammet läggs de kvarvarande 1-cellerna och de primimplikatorer som täcker dessa. Välj de primimplikatorer som ger de enklaste produkttermerna och lägg dem till i den minimala summan.

Exempel 1

X\Y\Z	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	0	1	1

Exempel 2

X\Y\Z	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	0
11	1	0	1	0
10	1	0	0	1

X\Y\Z	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

14 (19)

Ingångar med *don't-care* kombinationer

I de fall då värdet på utgången av en kombinatorisk krets inte har någon betydelse för vissa kombinationer på ingångarna kallas dessa kombinationer *don't cares* (godtyckliga värden).

Kan förekommer då man på förhand vet att vissa ingångskombinationer inte kommer att inträffa.

Exempel:

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	d
0	1	0	1
0	1	1	d
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

inringning av 1:or

X\Y\Z	00	01	11	10
0	0	d	d	1
1	0	1	0	0

$F = X \cdot Y \cdot Z + X' \cdot Y \cdot Z'$

inringning av 1:or med *don't cares*

X\Y\Z	00	01	11	10
0	0	d	d	1
1	0	1	0	0

$F = Y \cdot Z + X' \cdot Y$

Eftersom d är *don't care* så kan vi sätta den kombinationen till ett värde som ger enklaste uttrycket.

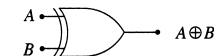
15 (19)

Exclusive-eller operator

• En logisk funktion som ger en 1:a ut om endast en enda ingång är 1

• Sanningstabell:

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



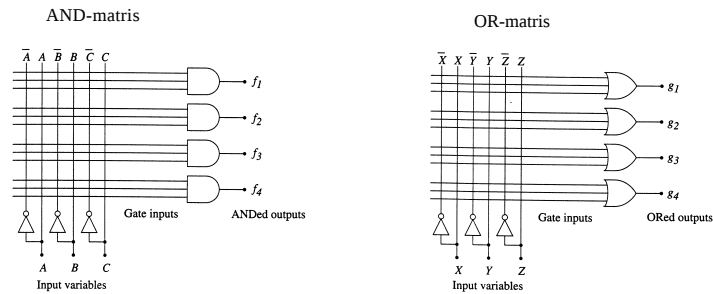
• Logiskt uttryck:

$$A \oplus B = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

16 (19)

Logiska matriser (arrayer)

Logiska matriser är strukturerade logiska nät som kan konfigureras för att utföra en specifik logisk funktion.

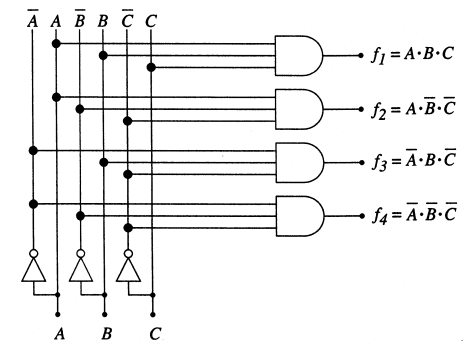


17 (19)

Exempel på användning av AND-matris

Skapa följande min-termer i en AND-matris:

$$\begin{aligned} f_1 &= A \cdot B \cdot C = m_7 \\ f_2 &= A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = m_4 \\ f_3 &= \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} = m_2 \\ f_4 &= \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = m_0 \end{aligned}$$

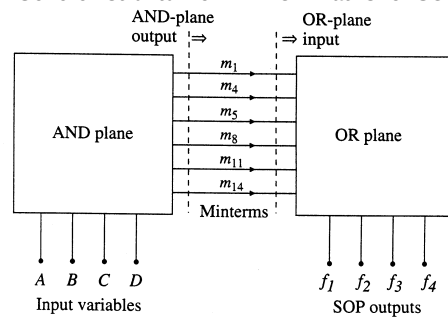


18 (19)

SOP och POS matriser

Genom att kombinera AND- och OR-matriser kan man skapa funktioner specificerade på summa-av-produktform eller produkt-av-summaform.

- Generell struktur för AND-OR matris för SOP-uttryck



kallas även för Programmable Logic Array (PLA)

19 (19)