1. Utför följande konverteringar av positiva tal:

a) 1001101.011_2 till decimalform

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1. & 0 & 1 & 1 \\ 2^6 & & & +2^3 & +2^2 & & +2^0. & & +2^{-2} & +2^{-3} \end{array}$$

$$= 64 + 8 + 4 + 1 + 0.25 + 0.125 = 77.375$$

Svar: $1001101.011_2 = 77.375_{10}$

b) 21385_{10} till hexadecimal form.

$21385 \div 16$	$\rightarrow$	kvot = 1336	rest = 9
$1336 \div 16$	$\rightarrow$	kvot = 83	rest = 8
$83 \div 16$	$\rightarrow$	kvot = 5	rest = 3
$5 \div 16$	$\rightarrow$	kvot = 0	rest = 5

Svar: $21385_{10} = 5389_{16}$

2. Utför följande två-komplement addition och ange om "overflow" har inträffat.

a)

$$
\begin{array}{r}
1\,1\,1 \\
0\,1\,0\,1\,0\,0\,0\,0 \\
+\;0\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1 \\
\hline
1\,0\,0\,0\,0\,1\,1\,1
\end{array}
$$

b)

$$
\begin{array}{r}
1 \\
1\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,0 \\
+\;1\,0\,1\,0\,0\,1\,1\,1 \\
\hline
0\,1\,1\,1\,1\,0\,1\,1
\end{array}
$$

Overflow har inträffat de operandernas tecken är lika och tecknet av summan skiljer sig från operandernas tecken.

Svar: Overflow har inträffat i både a) och b)

3. Visa följande likheter m.h.a räknelagar

a) $$\overline{\overline{x\cdot z+\overline{y\cdot z}}+y\cdot\overline{(x\cdot z)}} =$$

$$\overline{\overline{x\cdot z+\overline{y\cdot z}}}\cdot\overline{y\cdot\overline{(x\cdot z)}} =$$

$$(x\cdot z+\overline{y\cdot z})\cdot(\bar{y}+x\cdot z) =$$

$$\bar{y}\cdot x\cdot z+\bar{y}\cdot(\overline{y\cdot z})+x\cdot z+x\cdot z\cdot(\overline{y\cdot z}) =$$

$$x\cdot z(\underbrace{\bar{y}+1+\overline{y\cdot z}}_{=1})+\bar{y}\cdot(\overline{y\cdot z}) =$$

$$x\cdot z+\bar{y}\,(\overline{y\cdot z}) =$$

$$x\cdot z+\bar{y}\,(\bar{y}+\bar{z}) =$$

$$x\cdot z+\bar{y}+\bar{y}\cdot\bar{z} =$$

$$x\cdot z+\bar{y}\,(1+\bar{z}) =$$

$$x\cdot z+\bar{y} =$$

$$\underline{\underline{\bar{y}+x\cdot z}}$$

V.S.V!

b) $$(x+\bar{y}+x\cdot y)\cdot(x+\bar{y})\cdot\bar{x}\cdot y =$$

$$(x+\bar{y}+x\cdot y)(\underbrace{x\cdot\bar{x}\cdot y}_{=0}+\underbrace{\bar{y}\cdot\bar{x}\cdot y}_{=0}) =$$

$$(x+\bar{y}+x\cdot y)\cdot 0 =$$

$$\underline{\underline{0}}$$

V.S.V!

4. Ta fram ett kombinatoriskt nät som beräknar funktionen $U = X^2$ där

$U = (u_6, u_5, u_4, u_3, u_2, u_1)$ och $X = (x_3, x_2, x_1)$

Ta fram de minimala summorna på SoP-form.

Sanningstabell

X	(x_3, x_2, x_1)	$Y = X^2$	$(u_6, u_5, u_4, u_3, u_2, u_1)$
0	0 0 0	0	0 0 0 0 0 0
1	0 0 1	1	0 0 0 0 0 1
2	0 1 0	4	0 0 0 1 0 0
3	0 1 1	9	0 0 1 0 0 1
4	1 0 0	16	0 1 0 0 0 0
5	1 0 1	25	0 1 1 0 0 1
6	1 1 0	36	1 0 0 1 0 0
7	1 1 1	49	1 1 0 0 0 1

Från sanningstabellen ovan ser vi direkt att

$u_1 = x_1$ och $u_2 = 0$

De minimala summorna på SoP-form får vi via Karnaugh diagrammen nedan:

u_3:

x_3 \ $x_2 x_1$	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	0	0	1

u_4:

x_3 \ $x_2 x_1$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	0	0

u_5:

x_3 \ $x_2 x_1$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	0

u_6:

x_3 \ $x_2 x_1$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1

$u_3 = x_2 \cdot \overline{x_1}$

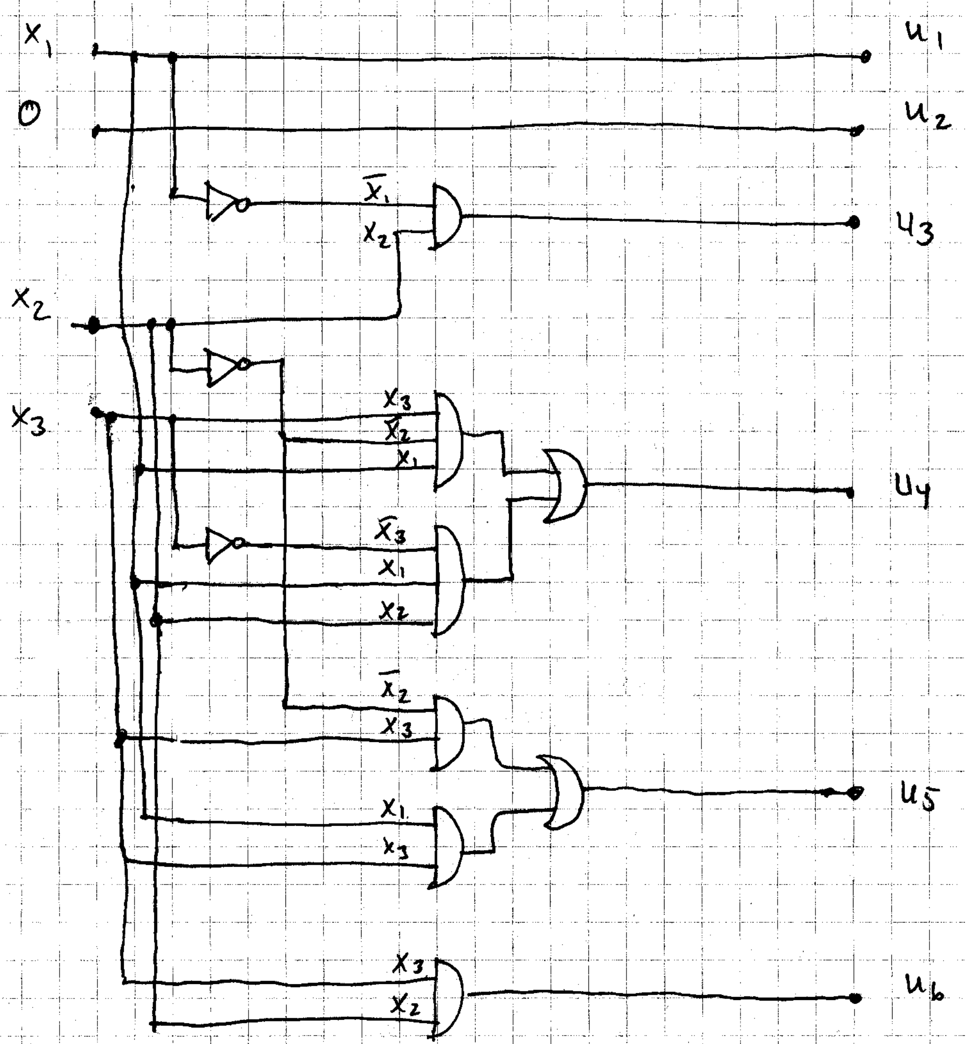
$u_4 = x_3 \cdot \overline{x_2} \cdot x_1 + \overline{x_3} \cdot x_2 \cdot x_1$

$u_5 = x_3 \cdot \overline{x_2} + x_3 \cdot x_1$

$u_6 = x_3 \cdot x_2$

forts. 4

Rita upp den logiska kretsen



Svar:

$u_1 = x_1$

$u_2 = 0$

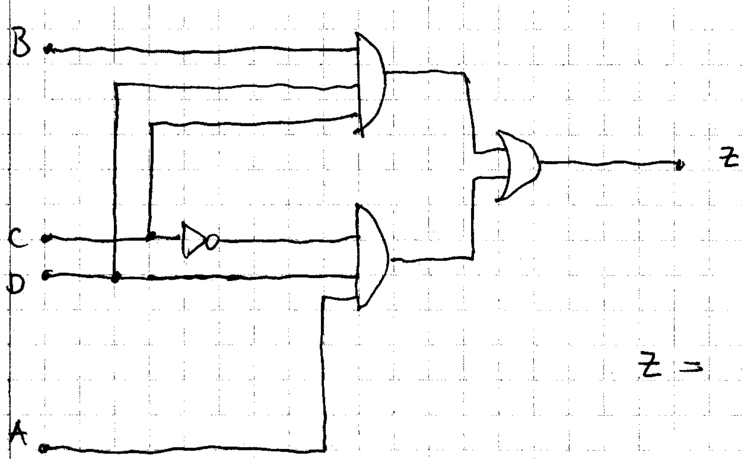
$u_3 = x_2 \cdot \bar{x}_1$

$u_4 = x_3 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_1 + \bar{x}_3 \cdot x_2 \cdot x_1$

$u_5 = x_3 \bar{x}_2 + x_3 \cdot x_1$

$u_6 = x_3 \cdot x_2$

5. Bestäm statisk hasard i den logiska kretsen nedan



$$Z = B \cdot C \cdot D + A \cdot \bar{C} \cdot D$$

Rita upp Karnaugh-diagrammet för att detektera hasard.

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	1	1	0
10	0	1	0	0

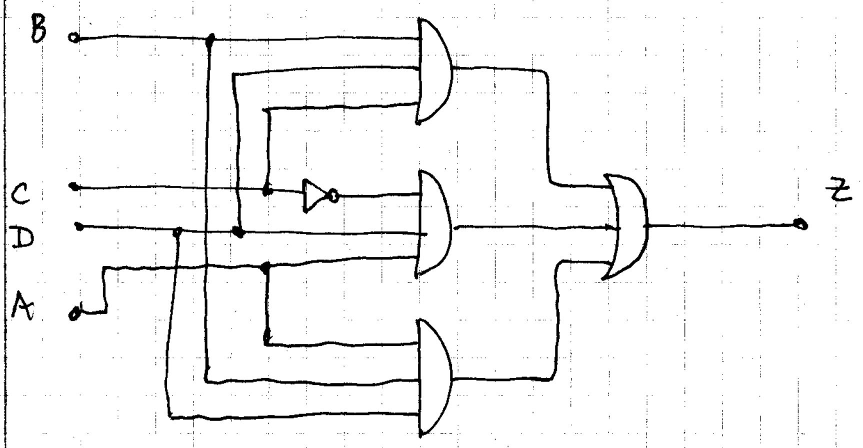
i j k

Vid övergång från inringningen j till i kan statisk hasard uppträda då C går från 1 till 0.

Genom att införa en produktterm som täcker den övergången elimineras hasarden. Lägg till inringninge k.

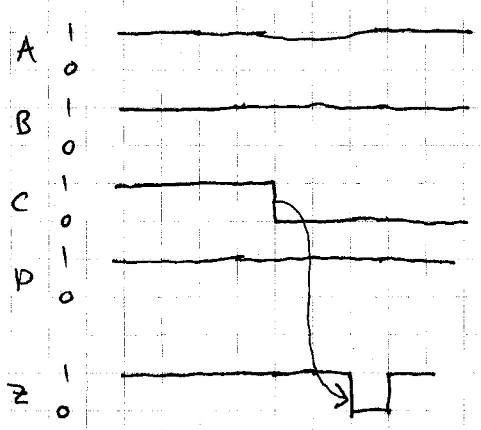
$$Z = B \cdot C \cdot D + A \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot B \cdot D$$

forts. 5.

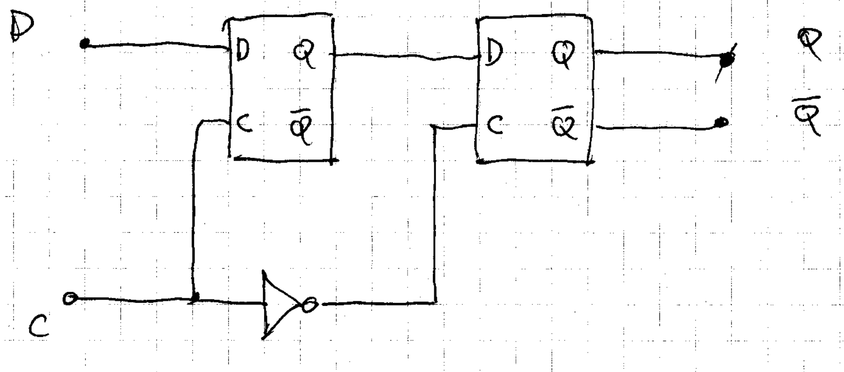


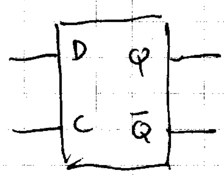
Timing diagram vid glitch i övergången C 1 → 0

Utgångsläge: A = 1, B = 1, C = 1, D = 1

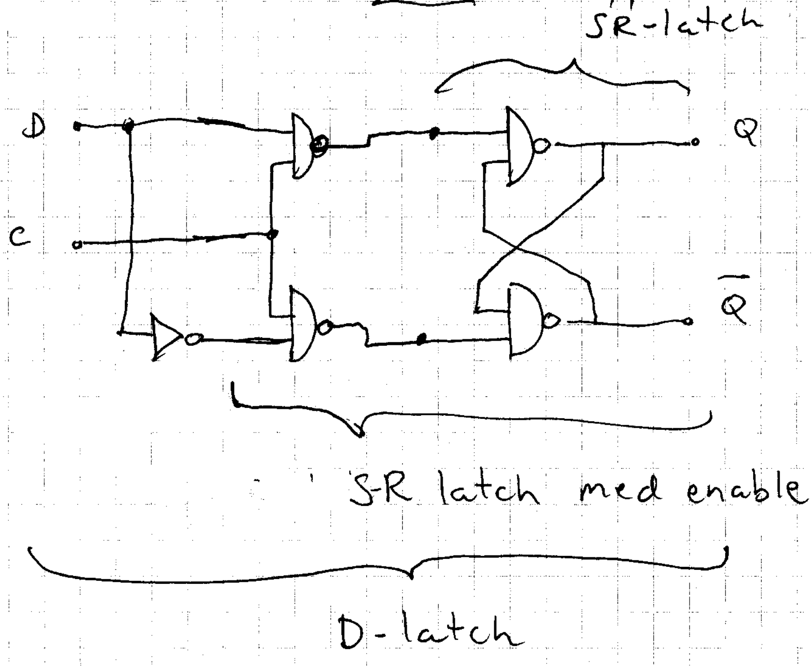


6. Visa hur en negativt flank-triggad D-vippa av Master-Slave typ är uppbyggd.



där 

är uppbyggd av:



7. Ta fram tillståndsmaskinen som går i sekvensen

... S3, S0, S1, S2, S3, S0, ...

Tillståndstabell

S	S^+
S0	S1
S1	S2
S2	S3
S3	S0

a) Ta fram next-state logik för binär kodade tillstånd.

S	$q_1 q_0$	$q_1^+ q_0^+$
S0	0 0	0 1
S1	0 1	1 0
S2	1 0	1 1
S3	1 1	0 0

Med d-vippor som har kar. ekv. $q^+ = d$ blir $d_0 = q_0$ och $d_1 = q_1$

Karnaugh diagram:

$q_1 \backslash q_0$	0	1
0	0	1
1	1	0

$d_1 = q_1\bar{q}_0 + \bar{q}_1 q_0$

$q_1 \backslash q_0$	0	1
0	1	0
1	1	0

$d_0 = \bar{q}_0$

forts 7.

c) Ta fram next-state logik för gray kodning

Tillståndstabell:

S	$q_1 q_0$	$q_1^+ q_0^+$
S0	0 0	0 1
S1	0 1	1 1
S2	1 1	1 0
S3	1 0	0 0

Karnaugh diagram:

d_1:

$q_1 \backslash q_0$	0	1
0	0	1
1	0	1

d_0:

$q_1 \backslash q_0$	0	1
0	1	1
1	0	0

$d_0 = \bar{q}_1$

$d_1 = q_0$

Samman-ställning

a) $d_0 = \bar{q}_0$
$d_1 = q_1 \cdot \bar{q}_0 + \bar{q}_1 \cdot q_0$

Binärkodning kräver 2 D-vippor, 3 inverterare, 2 2-AND, 1 2-OR
$\Rightarrow$
$2 \cdot 5 + 3 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 19$ kronor

b) $d_0 = q_3$
$d_1 = q_0$
$d_2 = q_1$
$d_3 = q_2$

One-hot kräver 4 D-vippor
$\Rightarrow$
$4 \cdot 5 = 20$ kronor

c) $d_0 = \bar{q}_1$
$d_1 = q_0$

Gray kodning kräver 2 D-vippor, 1 inverterare
$\Rightarrow$
$2 \cdot 5 + 1 = 11$ kronor

<u>Svar</u>: Det blir billigast att Gray koda tillstånden.

forts 7

b) Ta fram next-state logik för one-hot kodning.

Med one-hot kodning krävs lika många vippor som tillstånd.

Tillståndstabell

S	$q_3\,q_2\,q_1\,q_0$	$q_3^+\,q_2^+\,q_1^+\,q_0^+$
S0	0 0 0 1	0 0 1 0
S1	0 0 1 0	0 1 0 0
S2	0 1 0 0	1 0 0 0
S3	1 0 0 0	0 0 0 1

Karnaugh-diagram:

d_0

q_3q_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	d	0	d	0
01	0	d	d	d
11	d	d	d	d
10	1	d	d	d

d_1

q_3q_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	d	1	d	0
01	0	d	d	d
11	d	d	d	d
10	0	d	d	d

d_2

q_3q_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	d	0	d	1
01	0	d	d	d
11	d	d	d	d
10	0	d	d	d

d_3

q_3q_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	d	0	d	0
01	1	d	d	d
11	d	d	d	d
10	0	d	d	d

$$d_0 = q_3$$
$$d_1 = q_0$$
$$d_2 = q_1$$
$$d_3 = q_2$$

(Detta kan man också lätt se direkt i tillståndstabellen)

Tillståndstabell:

S	S^+ (G = 0)	S^+ (G = 1)	Y
A1	A2	A1	0
A2	A4	A5	1
A3	A4	A1	0
A4	A4	A3	1
A5	A4	A1	1

Tillståndskodning:

A1 = 000
A2 = 001
A3 = 010
A4 = 011
A5 = 100

Transitionstabell:

$q_2 q_1 q_0$	$q_2^+ q_1^+ q_0^+$ (G = 0)	$q_2^+ q_1^+ q_0^+$ (G = 1)	Y
000	001	000	0
001	011	100	1
010	011	000	0
011	011	010	1
100	011	000	1

Karnaugh diagram:

Gq_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	d	d	d
11	0	d	d	d
10	0	1	0	0

$q_2^+ = G \cdot \bar{q}_1 \cdot q_0$

Gq_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	1	d	d	d
11	0	d	d	d
10	0	0	1	0

$q_1^+ = \bar{G} q_2 + q_1 q_0 + \bar{G} \cdot q_0 + \bar{G} \cdot q_1$

Gq_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	d	d	d
11	0	d	d	d
10	0	0	0	0

$q_0^+ = \bar{G}$

Gq_2 \ q_1q_0	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	d	d	d
11	d	d	d	d
10	0	1	1	0

$Y = q_2 + q_0$

Kar. ekv. $q^+ = d$

$d_2 = G \cdot \bar{q}_1 \cdot q_0$

$d_1 = \bar{G} \cdot q_2 + q_1 \cdot q_0 + \bar{G} \cdot q_0 + \bar{G} \cdot q_1$

$d_0 = \bar{G}$

$Y = q_2 + q_0$

Skriv om uttrycken på NAND-NAND form.

$$d_2 = \bar{\bar{d}}_2 = \overline{\overline{G \cdot \bar{q}_1 \cdot q_0}}$$

$$d_1 = \bar{\bar{d}}_1 = \overline{\overline{G \cdot q_2 + q_1 \cdot q_0 + \bar{G} \cdot q_0 + \bar{G} \cdot q_1}}$$

$$= \overline{\overline{G \cdot q_2} \cdot \overline{q_1 \cdot q_0} \cdot \overline{\bar{G} \cdot q_0} \cdot \overline{\bar{G} \cdot q_1}}$$

$$d_0 = \bar{\bar{d}}_0 = \bar{\bar{\bar{G}}} = \bar{G}$$

$$Y = \bar{\bar{Y}} = \overline{\overline{q_2 + q_0}} = \overline{\bar{q}_2 \cdot \bar{q}_0}$$