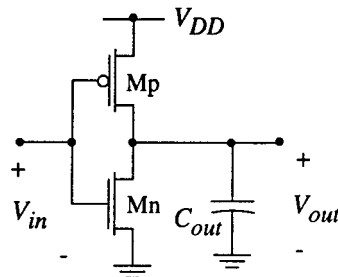


F6: Inverterarens omslagskaraktistik

- **Målsättning:**
 - Ge en bakgrund till vad som påverkar CMOS grindens fördröjning
- **Innehåll:**
 - Definition av omslagstider
 - Bestämning av hög till låg omslagstid
 - Bestämning av låg till hög omslagstid
 - Definition av maximal omslagsfrekvens
 - RC-modell för omslagstid
 - Bestämning av grindfördröjning
 - RC-modell för grindfördröjning

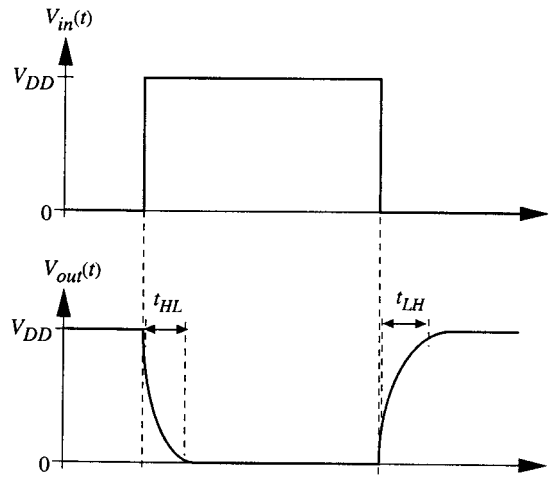
Inverterarens omslagskaraktistik

- Transienta omslagstider används för att beräkna datahastigheten i en krets
- Omslagstiden bestäms av två egenskaper hos kretsen:
 - storleken av transistorströmmarna
 - transistorns parasitkapacitanser
- Båda bestäms av transistorstorleken (W/L), layout och ledningsdragning
- För analytisk beräkning införs modellen:



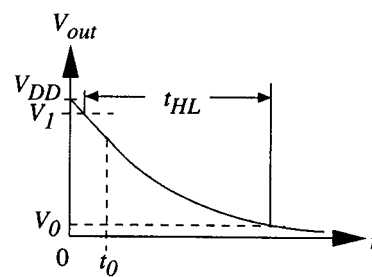
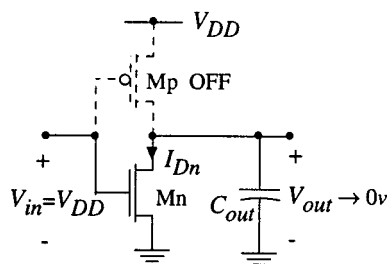
Definition av omslagstid

- Omslagtiden bestäms av hur lång tid det tar att ladda upp och ur C_{out}



3 (2 1)

Hög till låg omslagstid



$$V_1 = 0.9 \cdot V_{DD}$$

$$V_2 = 0.1 \cdot V_{DD}$$

Urladdning av kapacitansen C_{out}

$$I_{Dn} = -C_{out} \cdot \frac{dV_{out}}{dt}$$

Initialvillkoret $V_{out}(t=0) = V_{DD}$

(minustecknet kommer från att strömmen lämnar den positiva noden)

4 (2 1)

nMOS arbetsområden under omslaget

Under omslaget (från $0.9 \cdot V_{DD}$ till $0.1 \cdot V_{DD}$) så går nMOS transistorn från mättnad till linjärt område

- mättnad i intervallet $0.9 \cdot V_{DD}$ till $V_{DD} - V_{Tn}$
- linjärt område i intervallet $V_{DD} - V_{Tn}$ till $0.1 \cdot V_{DD}$
- Transistorströmmar:

$$I_{Dn} = \beta_n (V_{DD} - V_{Tn})^2 \quad (\text{mättnad})$$

$$I_{Dn} = \frac{\beta_n}{2} (2(V_{DD} - V_{Tn})V_{out} - V_{out}^2) \quad (\text{linjärt})$$

Bestäm omslagstiden hög till låg

- Dela upp hela omslagstiden i två intervall enligt transistorns arbetsområden
 - I intervallet $0.9 \cdot V_{DD}$ till $V_{DD} - V_{Tn}$

$$C_{out} \cdot \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{\beta_n}{2} (V_{DD} - V_{Tn})^2 = 0$$

- Tiden t_{HL1} är tiden det tar att ladda ur C_{out} från $0.9 \cdot V_{DD}$ till $V_{DD} - V_{Tn}$

$$\frac{2 \cdot C_{out}}{\beta_n (V_{DD} - V_{Tn})^2} \int_{V_{DD} - V_{Tn}}^{0.9 V_{DD}} dV_{out}$$

- Genomför integreringen

$$t_{HL1} = \frac{2 \cdot C_{out} (V_{Tn} - 0.1 V_{DD})}{\beta_n (V_{DD} - V_{Tn})^2}$$

Bestäm omslagstiden hög till låg

- Tiden t_{HL2} är tiden det tar att ladda ur C_{out} från $V_{DD} - V_{Tn}$ till $0.1 \cdot V_{DD}$

$$t_{HL2} = \frac{C_{out}}{\beta_n(V_{DD} - V_{Tn})} \int_{0.1V_{DD}}^{V_{DD} - V_{Tn}} \frac{dV_{out}}{\frac{V_{out}^2}{2(V_{DD} - V_{Tn})} - V_{out}}$$

- Genomför integreringen

$$t_{HL2} = C_{out} \frac{1}{\beta(V_{DD} - V_{Tn})} \cdot \ln \left(19 - 20 \frac{V_{Tn}}{V_{DD}} \right)$$

Bestäm omslagstiden hög till låg

- Den totala omslagstiden t_{HL} (fall-time)

$$t_{HL} = t_{HL1} + t_{HL2}$$

$$t_{HL} = C_{out} \cdot \underbrace{\frac{1}{\beta(V_{DD} - V_{Tn})}}_{R_n} \cdot \underbrace{\left[2 \cdot \frac{(V_{Tn} - 0.1V_{DD})}{V_{DD} - V_{Tn}} + \ln \left(19 - 20 \frac{V_{Tn}}{V_{DD}} \right) \right]}_{s_n}$$

låt

$$t_{HL} = s_n \cdot \tau_n$$

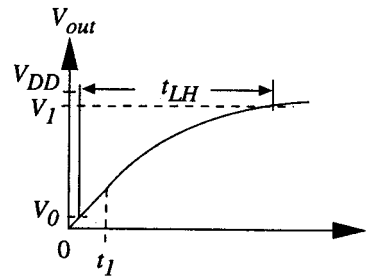
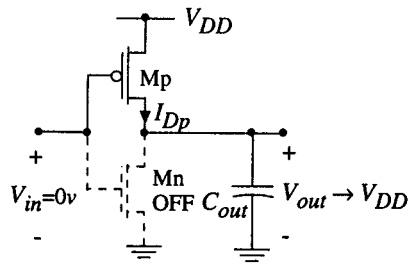
där s_n är en spänningsberoende skalfaktor

R_n är drain-till-source resistans

C_{out} är den kapacitiva lasten på utgången

och $\tau_n = R_n \cdot C_{out}$

Bestämning av låg till hög omslagstid



$$V_0 = 0.1 \cdot V_{DD}$$

$$V_1 = 0.9 \cdot V_{DD}$$

Uppladdningen av kapacitansen C_{out} beskrivs som

$$I_{Dp} = C_{out} \cdot \frac{dV_{out}}{dt}$$

Initialvillkor $V_{out}(t=0) = 0$

Bestämning av låg till hög omslagstid

Under omslaget (från $0.1 \cdot V_{DD}$ till $0.9 \cdot V_{DD}$) så går pMOS transistorn från mättnad till linjärt område

- mättnad $0.1 \cdot V_{DD}$ till $|V_{Tp}|$
- linjärt $|V_{Tp}|$ till $0.9 \cdot V_{DD}$

Härledning av stigtiden t_{LH} (rise-time) görs på samma sätt som för falltiden

$$t_{LH} = C_{out} \cdot \underbrace{\frac{1}{\beta_p(V_{DD} - |V_{Tp}|)}}_{R_p} \cdot \underbrace{\left[2 \cdot \frac{|V_{Tp}| - 0.1 \cdot V_{DD}}{V_{DD} - |V_{Tp}|} + \ln \left(19 - \frac{20|V_{Tp}|}{V_{DD}} \right) \right]}_{s_p}$$

låt

$$t_{LH} = s_p \cdot \tau_p$$

där s_p är en spänningsberoende skalfaktor

R_p är drain-till-source resistans

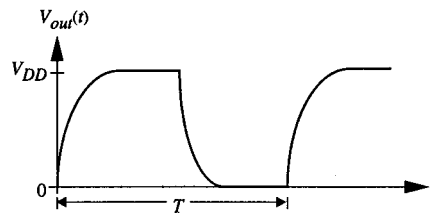
C_{out} är den kapacitiva lasten på utgången

och $\tau_p = R_p \cdot C_{out}$

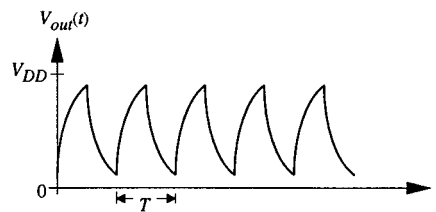
Definition av maximal omslagsfrekven

- **Definition:**

$$f_{max} = \frac{1}{t_{HL} + t_{LH}}$$



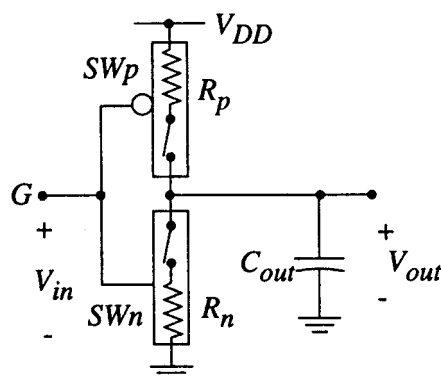
(a) $f < f_{max}$



För frekvenser $f < f_{max}$ hinner signalen nå sina höga och låga signalnivåer.

RC-modell för stig- och falltider

- Ett enkelt RC-nät kan ge en första uppskattning av omslagstiderna



Laddning och urladdning av utgångskapacitansen C_{out} .

RC-modell för stig- och falltider

Uppladdning av C_{out} (t_{LH}) där initialvillkoret är
 $V_{out}(t=0) = 0V$

$$V_{out}(t) = V_{DD}(1 - e^{-t/\tau_p})$$

$\tau_p = R_p \cdot C_{out}$ är tidskonstanten

där R_p är $1/(\beta_p(V_{DD} - |V_{Tp}|))$

Urladdning av C_{out} (t_{HL}) där initialvillkoret är
 $V_{out}(t=0) = V_{DD}$

$$V_{out}(t) = V_{DD} \cdot e^{-t/\tau_n}$$

$\tau_n = R_n \cdot C_{out}$ är tidskonstanten

där R_n är $1/(\beta_n(V_{DD} - V_{Tn}))$

RC-modell för stig- och falltider

- **Generellt:**

Med en exponentiell fördröjning gäller att det tar tiden t_x att spänningen faller från V_{DD} till en spänning V_x där

$$t_x = \tau \cdot \ln\left(\frac{V_{DD}}{V_x}\right)$$

- **För t_{HL}**

$$t_{HL} = t_{0.1} - t_{0.9} =$$

$$\tau_n \cdot \ln\left(\frac{V_{DD}}{0.1V_{DD}}\right) - \tau_n \cdot \ln\left(\frac{V_{DD}}{0.9V_{DD}}\right) = \tau_n \cdot \ln(9)$$

Summering av stig- och falltider

- **RC-modell**
 - Förenklad

$$S_n = S_p = 2.2$$

- **Noggrann**

$$s_n = \left[2 \cdot \frac{(V_{Tn} - 0,1 V_{DD})}{V_{DD} - V_{Tn}} + \ln \left(19 - 20 \frac{V_{Tn}}{V_{DD}} \right) \right]$$

$$s_p = \left[2 \cdot \frac{|V_{Tp}| - 0,1 \cdot V_{DD}}{V_{DD} - |V_{Tp}|} + \ln \left(19 - \frac{20|V_{Tp}|}{V_{DD}} \right) \right]$$

- **Generellt**

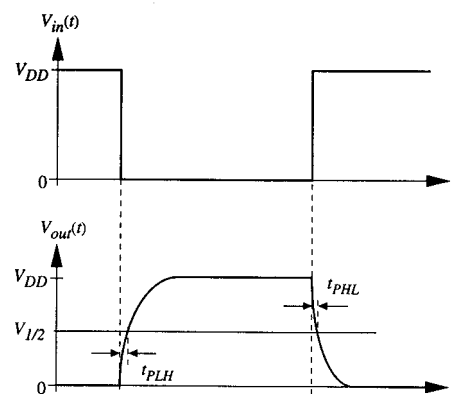
$$t_{HL} = S_n \cdot \tau_n$$

$$t_{LH} = S_p \cdot \tau_p$$

Grindfördröjning

Fördröjning av en logisk signal genom en grind kallas för grindfördröjning.

Definition: Grindfördröjningarna t_{pLH} och t_{pHL} är de tider som det tar mellan insignalen är $1/2 \cdot V_{DD}$ och utsignalen nått $1/2 \cdot V_{DD}$ enligt figuren nedan.



Medelgrindfördröjningen
$$t_p = \frac{t_{pHL} + t_{pLH}}{2}$$

Grindfördröjning

- Omslag från hög till låg
 - utgången faller från V_{DD} till $1/2 \cdot V_{DD}$
 - Det generella uttrycket är

$$t_{pHL} = C_{out} \int_{V_{DD}-V_{Tn}}^{V_{DD}} \frac{dV_{out}}{I_{Dn(sat)}} + C_{out} \int_{V_{DD}/2}^{V_{DD}-V_{Tn}} \frac{dV_{out}}{I_{Dn(nonsat)}}$$

$$t_{pHL} = s_n' \cdot \tau_n$$

där

$$s_n' = \left[\frac{2V_{Tn}}{V_{DD}-V_{Tn}} + \ln \left(\frac{4 \cdot (V_{DD}-V_{Tn})}{V_{DD}} - 1 \right) \right]$$

$$t_{pLH} = s_p' \cdot \tau_p$$

där

$$s_p' = \left[\frac{2|V_{Tp}|}{V_{DD}-|V_{Tp}|} + \ln \left(\frac{4 \cdot (V_{DD}-|V_{Tp}|)}{V_{DD}} - 1 \right) \right]$$

RC-modell för grindfördröjning

- Förenklat uttryck

$$t_{pHL} = t_{0.5}$$

$$= \tau_n \cdot \ln(V_{DD}/0.5 \cdot V_{DD})$$

$$= \tau_n \cdot \ln(2)$$

$$\text{på samma sätt fås } t_{pLH} = \tau_p \cdot \ln(2)$$

Summering

Parametern s	Analytisk	Förenklad
Stigtid	$\left[2 \cdot \frac{ V_{Tp} - 0,1 \cdot V_{DD}}{V_{DD} - V_{Tp} } + \ln \left(19 - \frac{20 V_{Tp} }{V_{DD}} \right) \right]$	2.2
Falltid	$\left[2 \cdot \frac{(V_{Tn} - 0,1 V_{DD})}{V_{DD} - V_{Tn}} + \ln \left(19 - 20 \frac{V_{Tn}}{V_{DD}} \right) \right]$	2.2
Fördröjning (t_{pLH})	$\left[\frac{2 V_{Tp} }{V_{DD} - V_{Tp} } + \ln \left(\frac{4 \cdot (V_{DD} - V_{Tp})}{V_{DD}} - 1 \right) \right]$	0.69
Fördröjning (t_{pHL})	$\left[\frac{2V_{Tn}}{V_{DD} - V_{Tn}} + \ln \left(\frac{4 \cdot (V_{DD} - V_{Tn})}{V_{DD}} - 1 \right) \right]$	0.69

Summering

Ekvivalent kanalresistans

$$R = \frac{1}{\beta(V_{DD} - V_{Tn})}$$

Utgångskapacitans C_{out}

tider (omslagstider eller grindfördröjningar)

$$t = \tau \cdot s$$

där

$$\tau = R \cdot C_{out}$$

Grindfördröjning som funktion av V_{DD}

