

Minimeringsmetoder

◆ Innehåll

- Karnaugh-diagram för 5 och 6 variabler
- Quine-McCluskey metoden

1

K-diagram för 5 variabler

◆ K-diagram för funktioner av 4 variabler

		CD			
		00	01	11	10
AB	00				
	01				
	11				
	10				

$f(A,B,C,D)$

◆ K-diagram för funktioner av 5 variabler

		DE			
		00	01	11	10
BC	00	0	1	3	2
	01	4	5	7	6
	11	12	13	15	14
	10	8	9	11	10

A=0

		DE			
		00	01	11	10
BC	00	16	17	19	18
	01	20	21	23	22
	11	28	29	31	30
	10	24	25	27	26

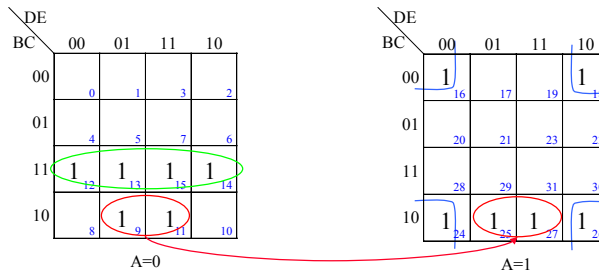
A=1

$f(A,B,C,D,E)$

2

Exempel: Använd K-diagram för 5 variabler

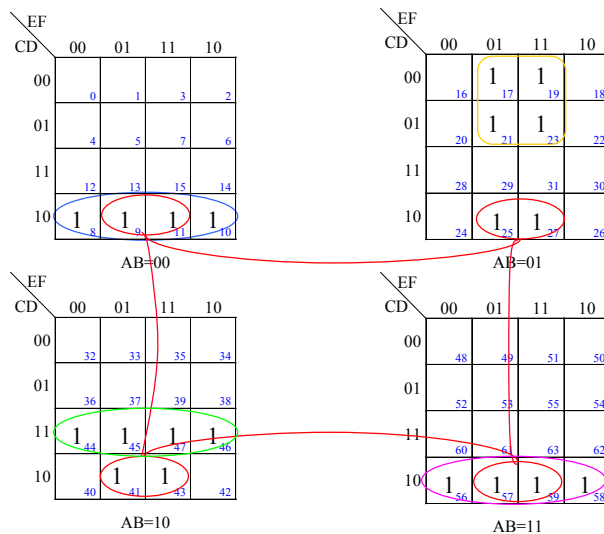
$$f(A, B, C, D, E) = \sum(9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 24, 25, 26, 27)$$



$$f(A, B, C, D, E) = \overline{A}BC + B\overline{C}E + A\overline{C}E$$

3

K-diagram för 6 variabler



$$f(A, B, C, D, E, F) = \overline{C}\overline{D}F + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}B\overline{C}F + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D$$

4

Quine-McCluskey minimering

- ♦ K-diagram är bra på
 - Minimering av små funktioner (< 5variabler)
 - Funktioner med endast en utgång
- ♦ Kan inte implementeras i datorprogram
- ♦ Subjektiv tolkning kan ge upphov till olika inringningar
- ♦ Quine-McCluskey löser dessa problem
 - Tabell-baserad minimeringsmetod

5

Grundläggande definitioner

- ♦ Primimplikator
 - Produktterm som hör till en maximal inringning
- ♦ Väsentlig primimplikator
 - Primimplikator som täcker en minterm som inte täcks av annan primimplikator
- ♦ Hammingvikt
 - Antal ettor $h_v(B) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i$
 - Exempel: $h_v(10011) = 3$

CD \ AB		CD			
		00	01	11	10
AB	00				
	01				
	11				
	10				

$f(A,B,C,D)$

Väsentliga
primimplikatorer

6

Procedur för Quine-McCluskey

- ♦ Generering av samtliga primimplikatorer
- ♦ Bestämning av minsta antalet primimplikatorer för funktionen

7

Q-M Exempel

$$f(A, B, C, D) = \sum (0, 2, 3, 5, 7, 8, 10, 13, 15)$$

- Skapa en tabell med alla mintermer sorterade efter Hammingvikt

Hammingvikt	minterm	binärkod
0	0	0000
1	2	0010
	8	1000
2	3	0011
	5	0101
	8	1010
3	7	0111
	13	1101
4	15	1111

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1 0	1 1	1 3	1 2
	01	1 4	1 5	1 7	1 6
	11	1 12	1 13	1 15	1 14
	10	1 8	1 9	1 11	1 10

f(A,B,C,D)

8

1:a Reduktionen

•Utnyttja att $AB + A'B = B(A + A') = B$

•Termerna i varje grupp jämförs med termerna i gruppen med närmast högre Hammingvikt

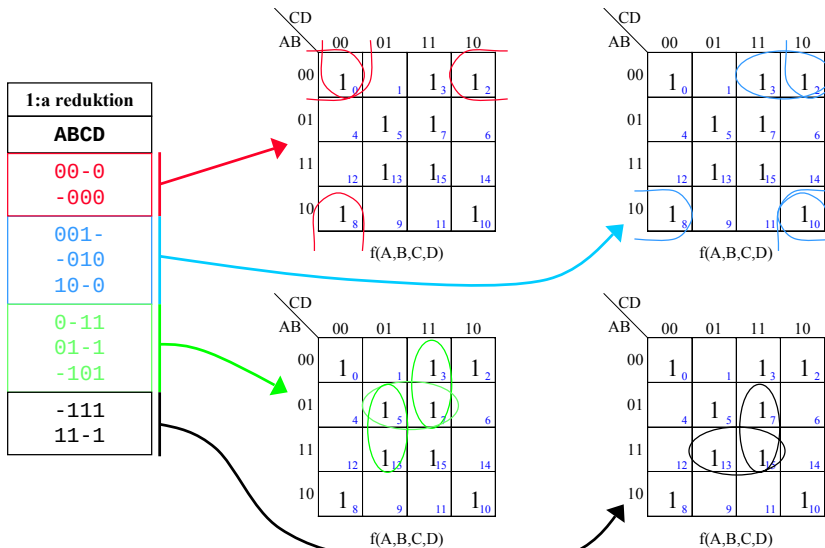
•Varje term som ingått i en reduktion markeras

minterm	binärkod			
0	0000	X	0000	
2	0010	X	0010	
8	1000	X	00-0	
3	0011	X	0000	
5	0101	X	1000	
8	1010	X	-000	
7	0111	X		
13	1101	X		
15	1111	X		

1:a reduktion
00-0
-000
001-
-010
10-0
0-11
01-1
-101
-111
11-1

9

K-diagram ekvivalent



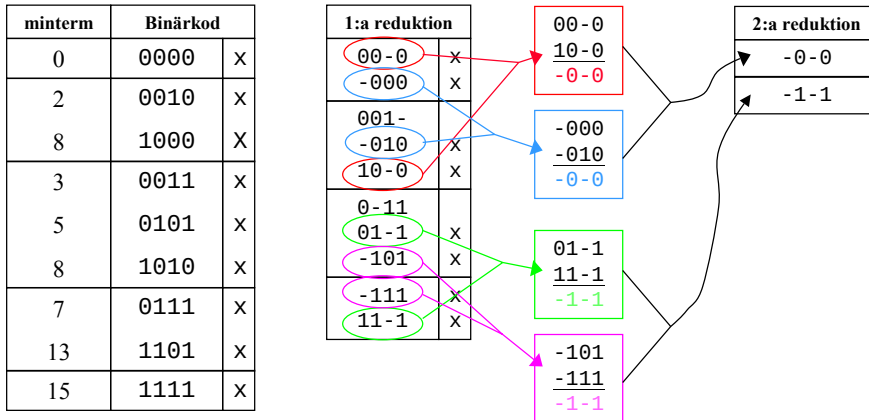
10

2:a Reduktionen

- Kombinera ihop termerna från 1:a reduktionen

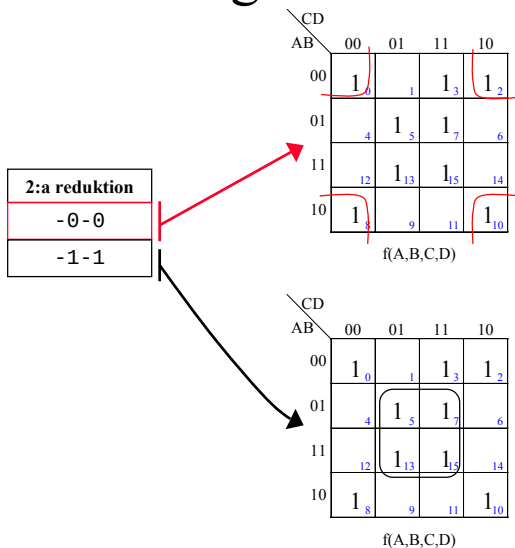
- Termerna som kan kombineras har '-' på samma position

- Markera alla termer som har använts för att bilda nya kombinationer



11

K-diagram ekvivalent



12

Samla ihop primimplikatorerna

- ♦ Alla termer som inte är markerade (x) är primimplikatorer

minterm	Binärkod	
0	0000	x
2	0010	x
8	1000	x
3	0011	x
5	0101	x
8	1010	x
7	0111	x
13	1101	x
15	1111	x

1:a reduktion	
00-0	x
-000	x
001-	x
-010	x
10-0	x
0-11	x
01-1	x
-101	x
-111	x
11-1	x

Primimplikatorerna
är genererade !!

2:a reduktion	
-0-0	
-1-1	

$$p_1 = \overline{\overline{A}}\overline{\overline{B}}\overline{\overline{C}}$$

$$p_2 = \overline{\overline{A}}\overline{\overline{C}}\overline{\overline{D}}$$

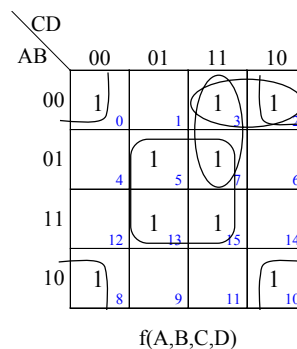
$$p_3 = \overline{\overline{B}}\overline{\overline{D}}$$

$$p_4 = \overline{\overline{B}}\overline{\overline{D}}$$

13

Primimplikatorer i ett K-diagram

Primimplikator	minterm
$p_1 = \overline{\overline{A}}\overline{\overline{B}}\overline{\overline{C}}$	2,3
$p_2 = \overline{\overline{A}}\overline{\overline{C}}\overline{\overline{D}}$	3,7
$p_3 = \overline{\overline{B}}\overline{\overline{D}}$	0,2,8,10
$p_4 = \overline{\overline{B}}\overline{\overline{D}}$	5,7,13,15



14

Urvalstabell

♦ Identifiera väsentliga primimplikatorer

no. var	PI	0	2	3	5	7	8	10	13	15
2	1		x	x						
2	2			x		x				
3	3	x	x				x	x		
3	4				x	x			x	x

Primimplikator	minterm
$p_1 = \overline{ABC}$	2,3
$p_2 = \overline{ACD}$	3,7
$p_3 = \overline{BD}$	0,2,8,10
$p_4 = BD$	5,7,13,15

15

Reduktion av primimplikatorstabell

no. var	PI	0	2	3	5	7	8	10	13	15
2	1		x	x						
2	2			x		x				
3	3	x	x				x	x		
3	4				x	x			x	x

♦ Reducera bort väsentliga primimplikatorer från tabellen

- p_3 och p_4 är väsentliga PI och kan strykas samt kolumner som täcks av dessa kan också strykas

no. var	PI	3
2	1	x
2	2	x

p_1 och p_2 är likvärdiga
Välj vilken som helst av dem

16

Förenklat logiskt uttryck

- ♦ p_3 , p_4 och p_1 väljs som primimplikatorer

$$f(A, B, C, D) = \overline{B}\overline{D} + BD + \overline{A}\overline{B}C$$

- ♦ Alternativ lösning: p_3 , p_4 och p_2 väljs som primimplikatorer

$$f(A, B, C, D) = \overline{B}\overline{D} + BD + \overline{A}CD$$

17

SLUT på Föreläsning 3

- ♦ Innehåll
 - Karnaugh-diagram för 5 och 6 variabler
 - Quine-McCluskey metoden

18