

Ö2.1

För det logiska uttrycket $f(u,v,w) = u \cdot v \cdot \bar{w} + uv$, ta fram:

- a) sannings Tabellen
- b) samtliga min- och maxtermer

Lösning:

- a) sannings Tabellen består av 2^3 rader eftersom vi har tre variabler.

rad	u	v	w	$f(u,v,w)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$f = uv(\underbrace{1 + \bar{w}}_{=1}) = uv$$

- b) Min. termerna för f är m_6 och m_7
Max termerna för f är $M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$

Ö22

Skriv funktionen som är given i sanningstabellen på PS-normalform

a	b	c	$G(a,b,c)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Lösning:

PS-normalform är den logiska produkten av maxtermerna för uttrycket.

rad	a	b	c	$G(a,b,c)$	max. term
0	0	0	0	1	
1	0	0	1	1	
2	0	1	0	0	$a + \bar{b} + c$
3	0	1	1	0	$a + \bar{b} + \bar{c}$
4	1	0	0	1	
5	1	0	1	1	
6	1	1	0	0	$\bar{a} + \bar{b} + c$
7	1	1	1	1	

$G(a,b,c)$ på PS-normalform:

$$G(a,b,c) = (a + \bar{b} + c) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + c)$$

Kan också skrivas på ett kompakt format:

$$G(a,b,c) = \Pi(2,3,6)$$

ö23

Ta fram ett uttryck som är förenklat så långt som möjligt för funktionen given i sanningstabellen nedan:

a	b	c	$G(a,b,c)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Lösning:

Skriv uttrycket på PS-normal form och förenkla det därefter algebraiskt.

$$\begin{aligned}
 G(a,b,c) &= (a+b+\bar{c})(a+\bar{b}+c) \\
 &= aa + a\bar{b} + ac + ba + b\bar{b} + bc + a\bar{c} + \bar{b}\bar{c} + c\bar{c} \\
 &= a + a\bar{b} + ac + ab + 0 + bc + a\bar{c} + \bar{b}\bar{c} + 0 \\
 &= a(1 + \bar{b} + c + b + \bar{c}) + bc + \bar{b}\bar{c} \\
 &= a + bc + \bar{b}\bar{c}
 \end{aligned}$$

Svar: $G(a,b,c) = a + bc + \bar{b}\bar{c}$

Ö2.4

Förenkla följande uttryck med Karnaugh-diagram.

$$f = abc + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}c + abc + \bar{a}\bar{b}c$$

Lösning:

a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Överför innehållet i sanningstabellen till ett k-diagram.

		bc			
		00	01	11	10
a	0	0	1	0	1
	1	0	1	1	0

$$f(a,b,c) = \bar{a}b\bar{c} + \bar{b}c + ac$$

Från k-diagrammet får vi minimalt uttryck på summa-av-produktform.

Ytterligare förenkling kan göras

$$f = \bar{a}b\bar{c} + c(\bar{b} + a)$$

ö2.5

Använd ett Karnaugh-diagram för att förenkla följande funktion.

$$F(x, y, z, w) = \sum(0, 1, 3, 4, 6, 7, 12, 13, 14)$$

		zw			
		00	01	11	10
xy	00	1	1	1	0
	01	1	0	1	1
	11	1	1	0	1
	10	0	0	0	0

$$F(x, y, z, w) = y\bar{w} + xy\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}zw$$

Minimalt uttryck på summa-av-produkt form.

Ö2.6

Bestäm minimala uttrycket på summa-av-produkt form för
 $\Sigma(1, 4, 5) + d(2, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 13)$

Lösning:

		cd			
		00	01	11	10
ab	00	0	1	-	-
	01	1	1	-	-
	11	-	-	0	0
	10	-	-	0	0

En möjlig lösning är

$$f(a, b, c, d) = \bar{a}b + \bar{c}d$$

Ö2.7

Bestäm minimala uttrycket på produkt-av-summa form för funktionen given i Ö2.6

		cd			
		00	01	11	10
ab	00	0	1	-	-
	01	1	1	-	-
	11	-	-	0	0
	10	-	-	0	0

$$f = \bar{c}(b+d)$$

Konstruera ett grindnät för funktionen

$$\Sigma(1,4,6,7,13)$$

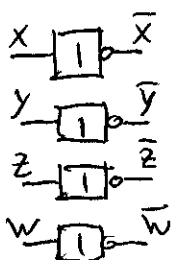
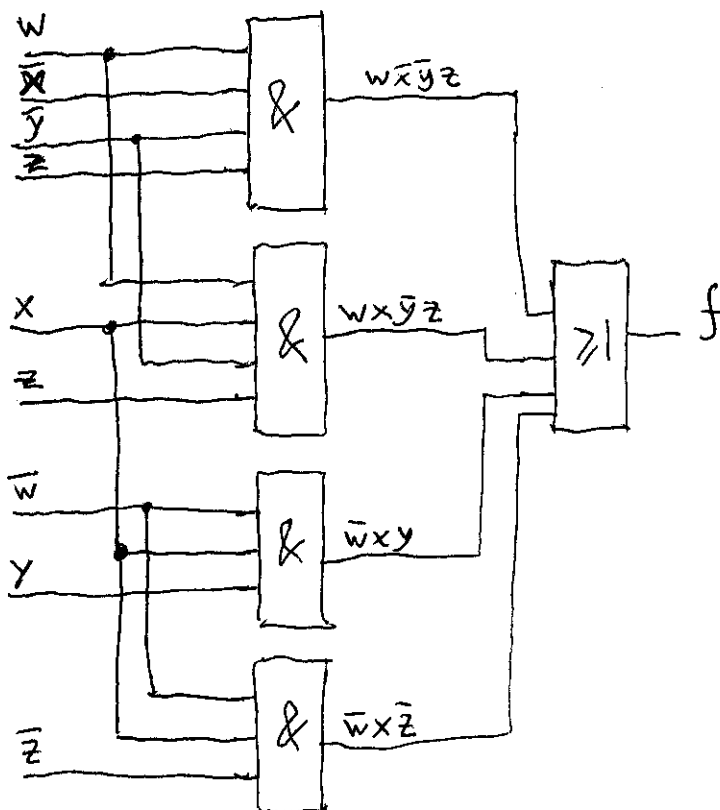
som motsvarar uttrycket för dess minimala SP-form.

Lösning:

Minimera funktionen mha K-diagram

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	1	0	0
	01	1	0	1	1
	11	0	1	0	0
	10	0	0	0	0

$$f = \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z + \bar{w}xy + \bar{w}x\bar{z}$$



Konstruera ett grindnät med enbart NAND-grindar för funktionen $f = \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z + \bar{w}xy + \bar{w}x\bar{z}$

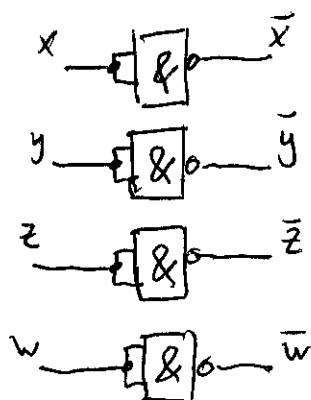
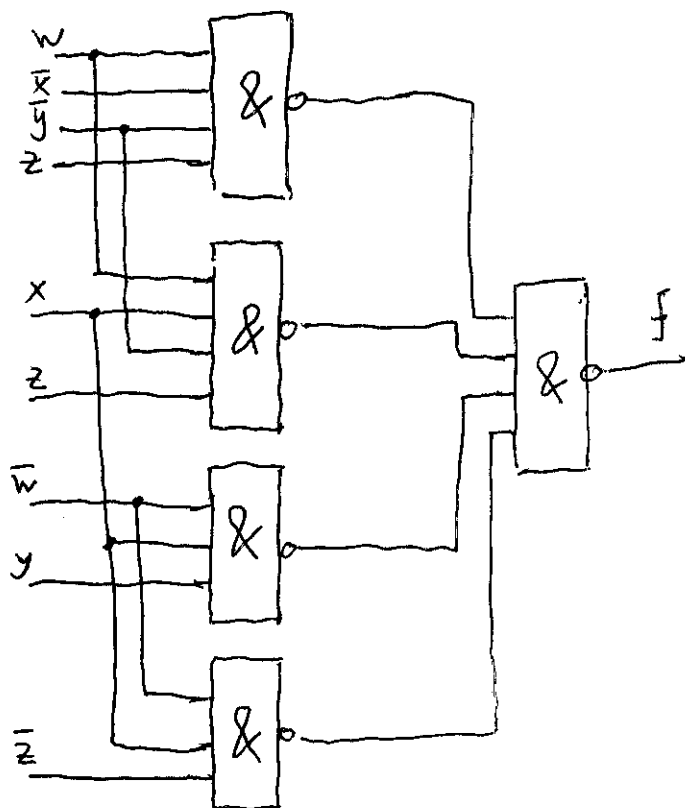
Lösning:

Skriv om den givna funktionen och tillämpa de Morgans teorem.

Utnyttja det faktum att $f = \bar{\bar{f}}$

$$f = \bar{\bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wx\bar{y}z + \bar{w}xy + \bar{w}x\bar{z}}$$

$$= (\overline{w\bar{x}\bar{y}z}) \cdot (\overline{wx\bar{y}z}) \cdot (\overline{\bar{w}xy}) \cdot (\overline{\bar{w}x\bar{z}})$$



Ö2.10

Konstruera en krets med fyra ingångar som kontrollerar om fler än en av dessa ingångar är 1.

Om fler än en är 1 så ska utgången sättas till 1.

Om en eller ingen av ingångarna är 1 ska utgången sättas till 0.

Lösning:

Ta fram sanningstabell för alla kombinationer på ingångarna

Namnge ingångarna A, B, C, och D och utgången till Z

Sanningstabell:

A	B	C	D	Z
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Överför sanningstabellen till K-diagram

AB

		CD			
		00	01	11	10
00		0	0	1	0
01		0	1	1	1
11		1	1	1	1
10		0	1	1	1

$$Z = CD + BD + BC + AD + AC + AB$$