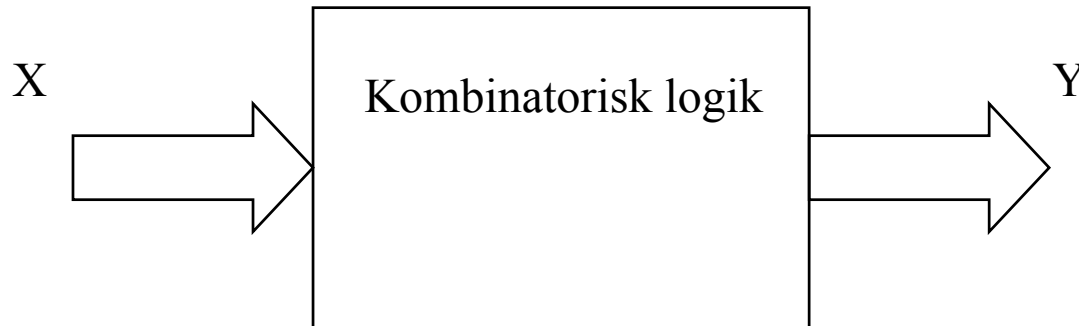


Kombinatorisk logik

Innehåll

- Definition av kombinatorisk logik
- Olika sätt att representera kombinatorisk logik
- Minimering av logiska uttryck
 - Boolesk algebra
 - Karnaugh-diagram
- Realisering i av logiska funktioner i grindnät
- Ofullständigt specificerade funktioner

Definition av kombinatorisk logik



$$X = (x_{n-1}, \dots, x_0)$$

$$Y = f(X)$$

$$Y = (y_{m-1}, \dots, y_0)$$

$$x_i \in \{0,1\}, \forall i \in \{0, n-1\}$$

$$y_j \in \{0,1\}, \forall j \in \{0, m-1\}$$

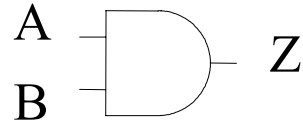
Utgångarnas värde, för en given tidpunkt, beror endast på värdet på ingångarna vid samma tidpunkt.

Kombinatorisk logik har inget minne.

Olika sätt att representera logiska funktioner

- ◆ Sanningstabell
- ◆ Grindnät
- ◆ Boolesk algebra
- ◆ Normalform

Sanningstabelle



Logisk grind

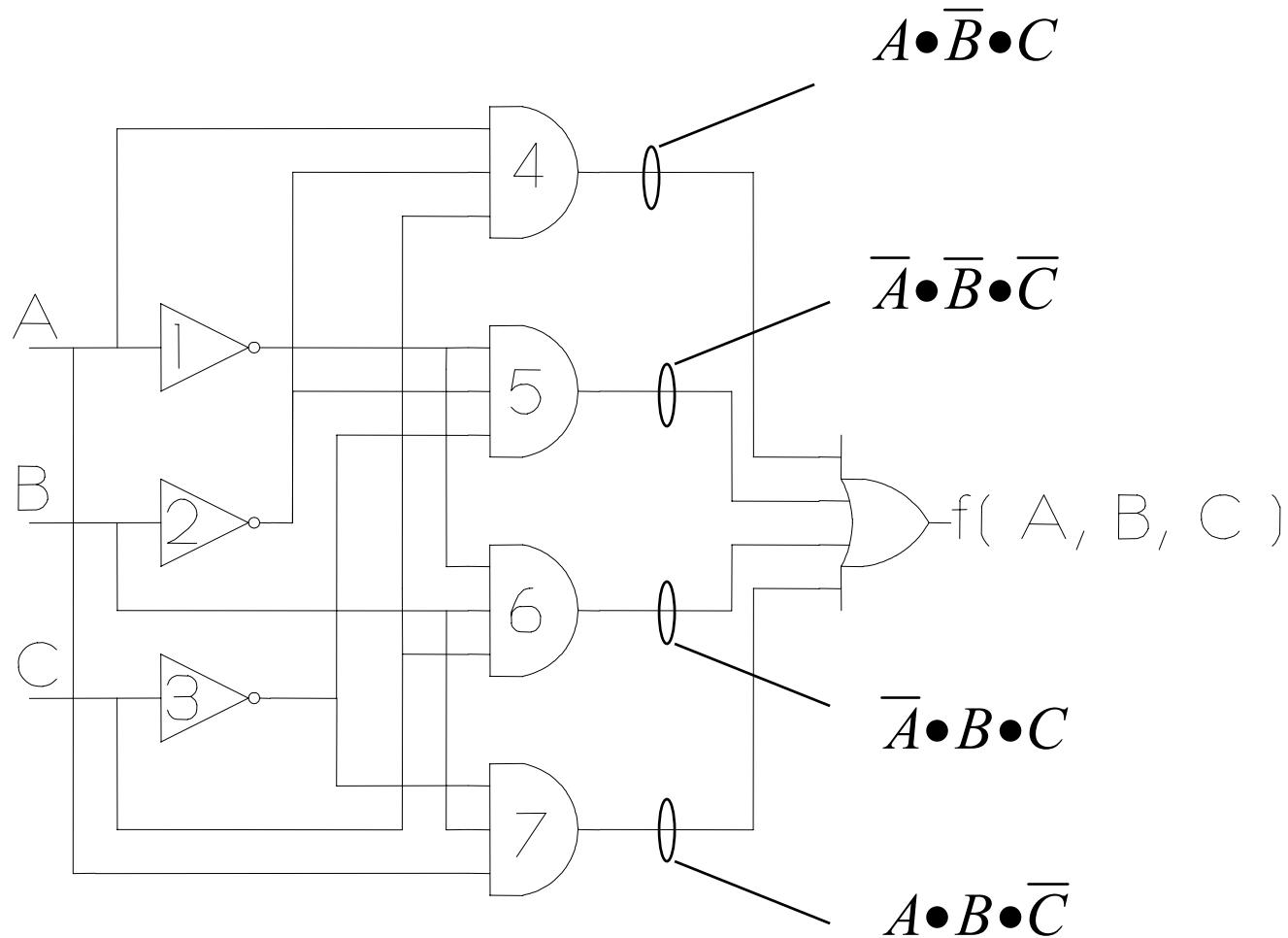
$$Z = A \cdot B$$

Logisk funktion

Ingångar		Utgång
A	B	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Sanningstabelle

Gründnät



$$f(A, B, C) = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C}$$

Boolesk algebra

◆ Algebraisk manipulering

- Visa att: $x + yz = (x + y)(x + z)$

$$(x + y)(x + z) = xx + yx + xz + yz$$

$$= x + yx + xz + yz$$

$$= x + xy + xz + yz$$

$$= x + x(y + z) + yz$$

$$= x(1 + y + z) + yz$$

$$= x + yz$$

Normalformer

- ◆ Icke-minimalt standardsätt att skriva algebraiska uttryck
- ◆ En boolesk funktion kan skrivas på två normalformer
 - Summa av produkter, SP-normalform
 - Mintermer
 - Produkt av summa, PS-normalform
 - Maxtermer

Minterm

◆ Definitioner

■ Produktterm

- Är en variabel eller en logisk produkt av två eller flera variabler
- Exempel: A , A' , AC , ABD

■ Minterm

- En n -variabel minterm är en produktterm med n variabler. För en funktion av n variabler så är dess mintermer av n variabler.
- Exempel: $A'BCD$, $A'B'C'D'$, $ABCD$ för $f(A,B,C,D)$

Minterm

- ◆ Samband mellan mintermer och sanningstabell
 - En minterm är en produktterm som är 1 i exakt en rad i sanningstabellen

rad	Ingångar		f(A,B)	minterm
	A	B		
0	0	0	0	$A'B'$
1	0	1	1	$A'B$
2	1	0	0	AB'
3	1	1	1	AB

Mintermerna 1 och 3 leder till att funktionen $f(A,B)$ blir sann

$$f(A,B) = \underbrace{\overline{A}B}_1 + \underbrace{AB}_3$$

SP-normalform

- ◆ Summa av produkt
 - engelska: SOP (Sum-of-products)
 - Ett algebraiskt uttryck som är en logisk summa (ELLER) av logiska produkter (produkttermer)
 - Exempel: $AB + AC$, $A + ABC$
 - ◆ SP-normalform
 - Summan av mintermerna som motsvaras av sanningstabellens rader där utgången är 1
- Notation: $f(A, B, C) = \sum (1,3)$

Exempel: SP-normalform

rad	Ingångar			f(A,B,C)	minterm
	A	B	C	Z	
0	0	0	0	1	$A'B'C'$
1	0	0	1	0	$A'B'C$
2	0	1	0	0	$A'BC'$
3	0	1	1	1	$A'BC$
4	1	0	0	1	$AB'C'$
5	1	0	1	0	$AB'C$
6	1	1	0	1	ABC'
7	1	1	1	1	ABC

$$f(A, B, C) = \sum (0, 3, 4, 6, 7)$$

$$f(A, B, C) = \overline{\overline{A}}\overline{\overline{B}}\overline{\overline{C}} + \overline{\overline{A}}\overline{B}\overline{C} + \overline{\overline{A}}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

Maxterm

◆ Definitioner

■ Summaterm

- Är en variabel eller en logisk summa av två eller flera variabler
- Exempel: A , A' , $A+C$, $A+B+D$

■ Maxterm

- En n -variabel maxterm är en summaterm med n variabler. För en funktion av n variabler så är dess maxtermerna av n variabler.
- Exempel: $A'+B+C+D$, $A'+B'+C'+D'$, $A+B+C+D$ för $f(A,B,C,D)$

Maxterm

- ◆ Samband mellan maxtermer och sanningstabell
 - En maxterm är en summaterm som är 0 i exakt en rad i sanningstabellen

rad	Ingångar		f(A,B)	minterm
	A	B		
0	0	0	0	$A+B$
1	0	1	1	$A+B'$
2	1	0	0	$A'+B$
3	1	1	1	$A'+B'$

Maxtermerna 0 och 2 leder till att funktionen $f(A,B)$ blir falsk

$$f(A, B) = (A + B)(\overline{A} + B)$$

PS-normalform

◆ Produkt av summa

- engelska: POS (Product-of-sums)
- Ett algebraiskt uttryck som är en logisk produkt (OCH) av logiska summor (summatermer)
- Exempel: $(A+B)(A+C)$, $A(B+C)$

◆ PS-normalform

- Produkten av maxtermerna som motsvaras av sanningstabellens rader där utgången är 0

Notation: $f(A, B) = \prod (0, 2)$

Exempel: PS-normalform

rad	Ingångar			f(A,B,C)	maxterm
	A	B	C	Z	
0	0	0	0	1	$A+B+C$
1	0	0	1	0	$A+B+C'$
2	0	1	0	0	$A+B'+C$
3	0	1	1	1	$A+B'+C'$
4	1	0	0	1	$A'+B+C$
5	1	0	1	0	$A'+B+C'$
6	1	1	0	1	$A'+B'+C$
7	1	1	1	1	$A'+B'+C'$

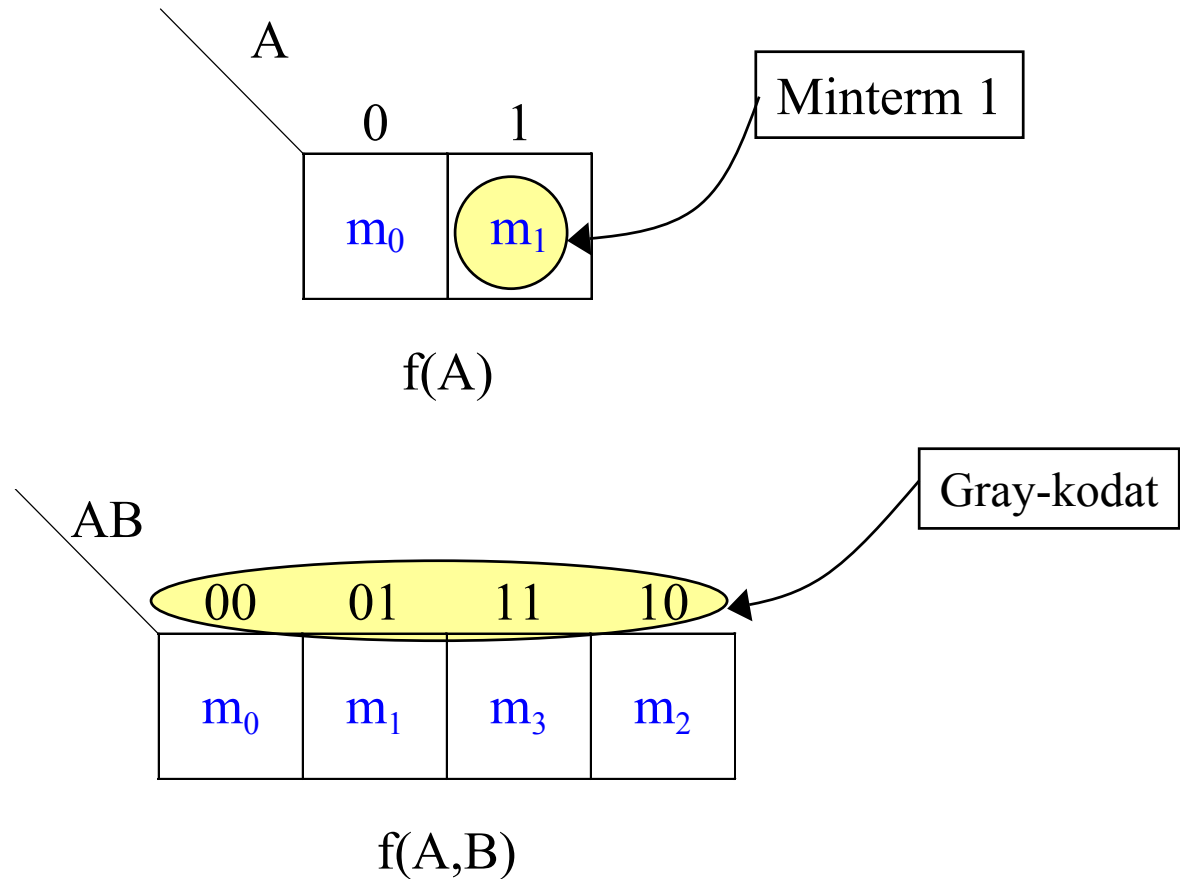
$$f(A, B, C) = \prod (1, 2, 5)$$

$$f(A, B, C) = (A + B + \overline{C}) \bullet (A + \overline{B} + C) \bullet (\overline{A} + B + \overline{C})$$

Karnaugh diagram

- ◆ Representation av en funktion i en två-dimensionell sanningstabell (matris)
- ◆ Horisontella/Vertikala celler i matrisen skiljer sig bara i en variabel
 - Hamming avstånd = 1
- ◆ Om närliggande celler (mintermer) är 1, så täcks dem av en enda term
- ◆ Algebraisk princip för minimering i K-diagram $x + \bar{x} = 1$

1 & 2 Variabel K-diagram



3 Variabel K-diagram

BC A		00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2	
1	m_4	m_5	m_7	m_6	

$f(A,B,C)$

BC A		00	01	11	10
0		0	1	3	2
1		4	5	7	6

$f(A,B,C)$

4 Variabel K-diagram

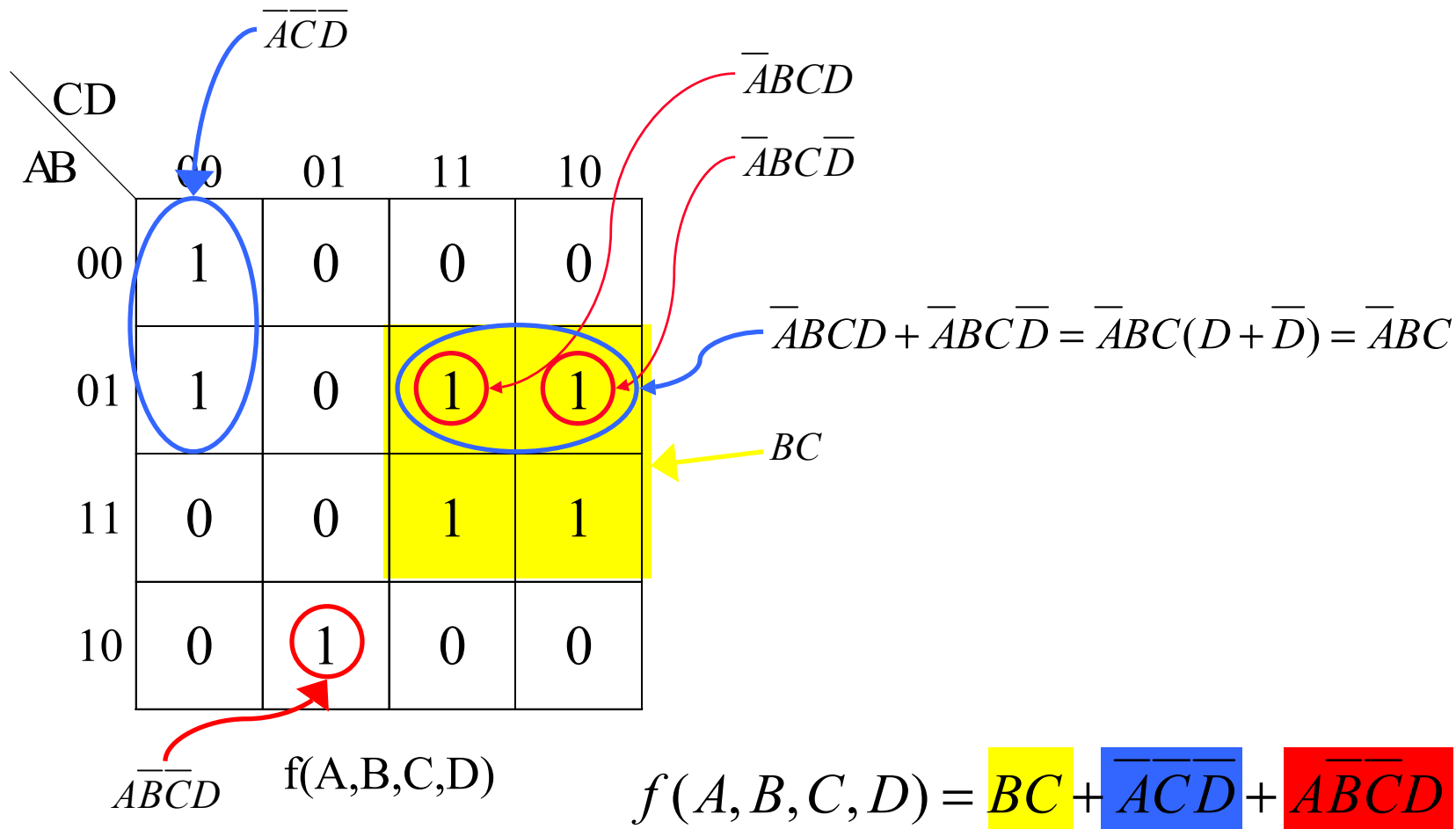
		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	1	3	2
	01	4	5	7	6
	11	12	13	15	14
	10	8	9	11	10

$f(A,B,C,D)$

Användning av K-diagram

- ◆ Grafisk metod för minimering av uttryck
- ◆ Inringningar av mintermer för f
 - Ger uttryck på summa-av-produktform
- ◆ Maxtermer för f
 - Ger uttryck på produkt-av-summaform

Inringningar i K-diagram



Inringningar i K-diagram

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11		1		
10				

$ABC'D$

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11		1	1	
10				

ABD

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01		1		1
11				
10				

$A'BD'$

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11	1	1	1	1
10				

AB

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11		1	1	
10		1	1	

AD

CD \ AB	00	01	11	10
00			1	1
01				
11				
10			1	1

$B'C$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1			1
01				
11				
10	1			1

$B'D'$

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10				

B

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

B'

Ofullständigt specificerade funktioner

- ◆ Vissa ingångskombinationer förekommer aldrig
 - Vid minimering kan utgångsvärdet för dessa väljas fritt mellan 0 eller 1
 - Indikeras som "don't care" (d) eller –
 - Exempel: kombinationerna 00, 01 förekommer aldrig

rad	Ingångar		f(A,B)
	A	B	Z
0	0	0	-
1	0	1	-
2	1	0	0
3	1	1	1

$$f(A,B) = \sum (3) + d(0,1)$$

Vid inringning i K-diagram
kan – väljas som 0 eller 1
så att största inringningarna erhålls

Realisering i grindnät

- ◆ Ta fram grindnät för funktionen:

$$f(A, B, C, D) = \sum (2, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

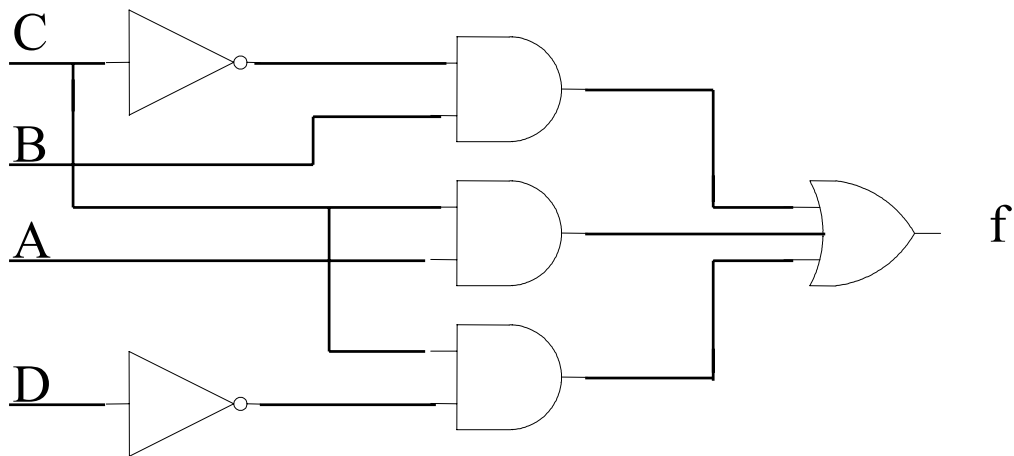


CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	1	0	1
11	1	1	1	1
10	0	0	1	1

f(A,B,C,D)



$$f(A, B, C, D) = \overline{B}\overline{C} + AC + C\overline{D}$$



SLUT på Föreläsning 2

◆ Innehåll

- Definition av kombinatorisk logik
- Olika sätt att representera kombinatorisk logik
- Minimering av logiska uttryck
 - Boolesk algebra
 - Karnaugh-diagram
- Realisering i av logiska funktioner i grindnät
- Ofullständigt specificerade funktioner