

Minimeringsmetoder

◆ Innehåll

- Karnaugh-diagram för 5 och 6 variabler
- Quine-McCluskey metoden

K-diagram för 5 variabler

- ◆ K-diagram för funktioner av 4 variabler

CD \ AB	00	01	11	10
	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$f(A,B,C,D)$

- ◆ K-diagram för funktioner av 5 variabler

DE \ BC	00	01	11	10
	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A=0

DE \ BC	00	01	11	10
	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

A=1

$f(A,B,C,D,E)$

Exempel: Använd K-diagram för 5 variabler

$$f(A,B,C,D,E) = \sum (9,11,12,13,14,15,16,18,24,25,26,27)$$

DE \ BC	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A=0

DE \ BC	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

A=1

$$f(A,B,C,D,E) = \overline{A}BC + B\overline{C}E + A\overline{C}\overline{E}$$

K-diagram för 6 variabler

EF \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	1	1	1	1

AB=00

EF \ CD	00	01	11	10
00	16	1	1	18
01	20	1	1	22
11	28	29	31	30
10	24	1	1	26

AB=01

EF \ CD	00	01	11	10
00	32	33	35	34
01	36	37	39	38
11	1	1	1	1
10	1	1		

AB=10

EF \ CD	00	01	11	10
00	48	49	51	50
01	52	53	55	54
11	60	61	63	62
10	1	1	1	1

AB=11

$$f(A, B, C, D, E, F) = \overline{C}\overline{D}\overline{F} + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}\overline{B}C\overline{F} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + ABC\overline{D}$$

Quine-McCluskey minimering

- ◆ K-diagram är bra på
 - Minimering av små funktioner (< 5 variabler)
 - Funktioner med endast en utgång
- ◆ Kan inte implementeras i datorprogram
- ◆ Subjektiv tolkning kan ge upphov till olika inringningar
- ◆ Quine-McCluskey löser dessa problem
 - Tabell-baserad minimeringsmetod

Grundläggande definitioner

◆ Primimplikator

- Produktterm som hör till en maximal inringning

◆ Väsentlig primimplikator

- Primimplikator som täcker en minterm som inte täcks av annan primimplikator

◆ Hammingvikt

- Antal ettor $hv(B) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i$

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	1	1	1	1
10	8	9	1	1

$f(A,B,C,D)$

Väsentliga
primimplikatorer

- Exempel: $hv(10011) = 3$

Procedur för Quine-McCluskey

- ◆ Generering av samtliga primimplikatorer
- ◆ Bestämning av minsta antalet primimplikatorer för funktionen

Q-M Exempel

$$f(A,B,C,D) = \sum (0,2,3,5,7,8,10,13,15)$$

- Skapa en tabell med alla mintermer sorterade efter Hammingvikt

Hammingvikt	minterm	binärkod
0	0	0000
1	2	0010
	8	1000
2	3	0011
	5	0101
	8	1010
3	7	0111
	13	1101
4	15	1111

CD AB		CD			
		00	01	11	10
00	1	0	1	3	2
01			5	7	6
11			13	15	14
10	1			11	10

f(A,B,C,D)

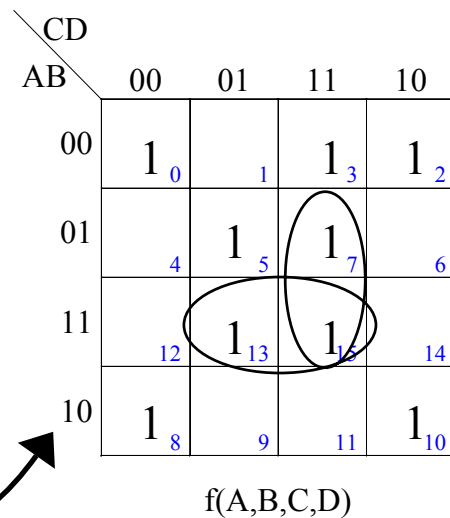
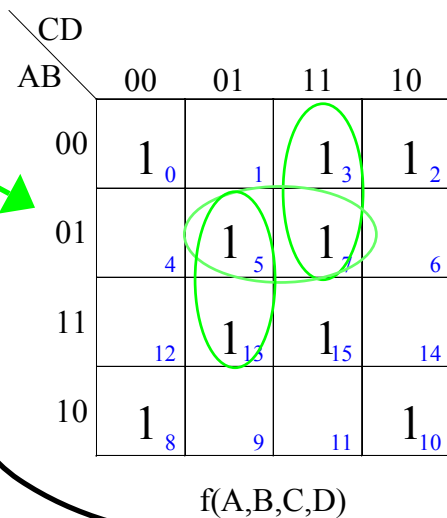
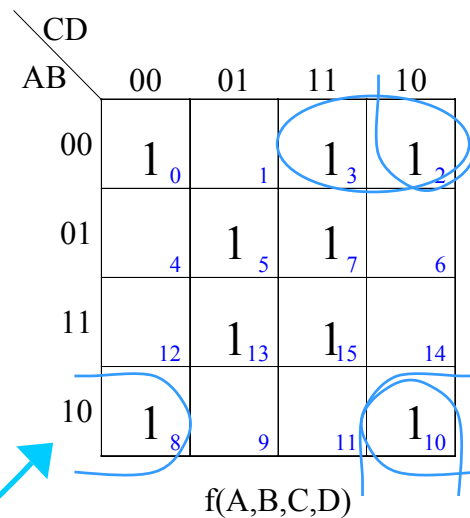
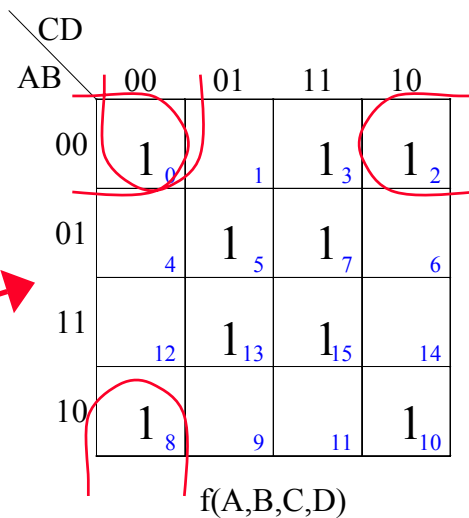
1:a Reduktionen

- Utnyttja att $AB + A'B = B(A + A') = B$
 - Termerna i varje grupp jämförs med termerna i gruppen med närmast högre Hammingvikt
 - Varje term som ingått i en reduktion markeras

minterm	binärkod			1:a reduktion
0	0000	x	0000 0010 00-0	00-0 -000
2	0010	x		
8	1000	x	0000 1000 -000	001- -010 10-0
3	0011	x		
5	0101	x		
8	1010	x		
7	0111	x		
13	1101	x		
15	1111	x		

K-diagram ekvivalent

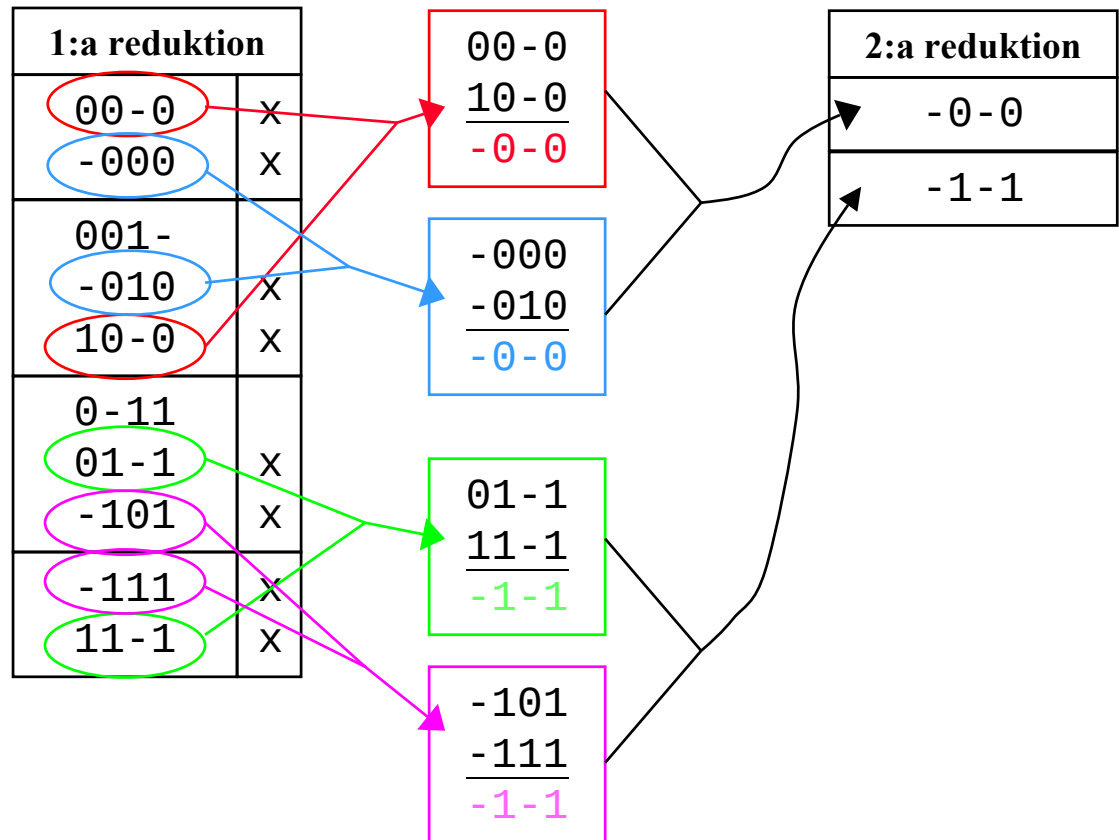
1:a reduktion
ABCD
00-0 -000
001- -010 10-0
0-11 01-1 -101
-111 11-1



2:a Reduktionen

- Kombinera ihop termerna från 1:a reduktionen
 - Termer som kan kombineras har '-' på samma position
 - Markera alla termer som har använts för att bilda nya kombinationer

minterm	Binärkod	
0	0000	x
2	0010	x
8	1000	x
3	0011	x
5	0101	x
8	1010	x
7	0111	x
13	1101	x
15	1111	x



K-diagram ekvivalent

2:a reduktion
-0-0
-1-1

CD

AB

	00	01	11	10
00	1 ₀		1 ₃	1 ₂
01		1 ₅	1 ₇	
11		1 ₁₃	1 ₁₅	
10	1 ₈			1 ₁₀

f(A,B,C,D)

CD

AB

	00	01	11	10
00	1 ₀		1 ₃	1 ₂
01		1 ₅	1 ₇	
11		1 ₁₃	1 ₁₅	
10	1 ₈			1 ₁₀

f(A,B,C,D)

Samla ihop primimplikatorerna

- ♦ Alla termer som inte är markerade (x) är primimplikatorer

minterm	Binärkod	
0	0000	x
2	0010	x
8	1000	x
3	0011	x
5	0101	x
8	1010	x
7	0111	x
13	1101	x
15	1111	x

1:a reduktion	
00-0	x
-000	x
001-	-
-010	x
10-0	x
0-11	-
01-1	x
-101	x
-111	x
11-1	x

Primimplikatorerna
är genererade !!

$$p_1 = \overline{A}\overline{B}C$$

$$p_2 = \overline{A}CD$$

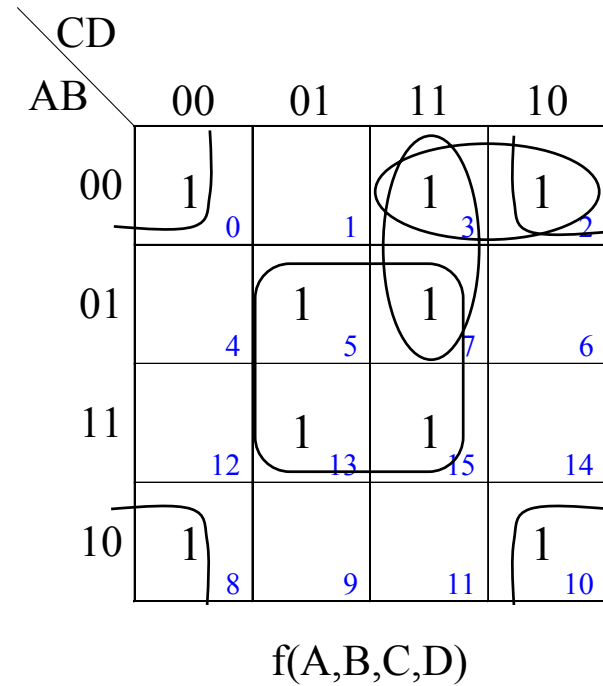
$$p_3 = \overline{B}\overline{D}$$

$$p_4 = BD$$

2:a reduktion	
-0-0	-
-1-1	-

Primimplikatorer i ett K-diagram

Primimplikator	minterm
$p_1 = \overline{A}\overline{B}C$	2,3
$p_2 = \overline{A}CD$	3,7
$p_3 = \overline{B}\overline{D}$	0,2,8,10
$p_4 = BD$	5,7,13,15



Urvalstabell

- ◆ Identifiera v s entliga primimplikatorer

no. var	PI	0	2	3	5	7	8	10	13	15
2	1		x	x						
2	2			x		x				
3	3	x	x				x	x		
3	4				x	x			x	x

Primimplikator	minterm
$p_1 = \overline{A}BC$	2,3
$p_2 = \overline{A}CD$	3,7
$p_3 = \overline{B}\overline{D}$	0,2,8,10
$p_4 = BD$	5,7,13,15

Reduktion av primimplikatortabell

no. var	PI	0	2	3	5	7	8	10	13	15
2	1		x	x						
2	2			x		x				
3	3	x	x				x	x		
3	4				x	x			x	x

♦ Reducera bort väsentliga primimplikatorer från tabellen

- p_3 och p_4 är väsentliga PI och kan strykas samt kolumner som täcks av dessa kan också strykas

no. var	PI	3
2	1	x
2	2	x

p_1 och p_2 är likvärdiga
Välj vilken som helst av dem

Förenklat logiskt uttryck

- ♦ p_3 , p_4 och p_1 väljs som primimplikatorer

$$f(A, B, C, D) = \overline{B}\overline{D} + BD + \overline{A}\overline{B}C$$

- ♦ Alternativ lösning: p_3 , p_4 och p_2 väljs som primimplikatorer

$$f(A, B, C, D) = \overline{B}\overline{D} + BD + \overline{A}CD$$

SLUT på Föreläsning 3

- ◆ Innehåll
 - Karnaugh-diagram för 5 och 6 variabler
 - Quine-McCluskey metoden