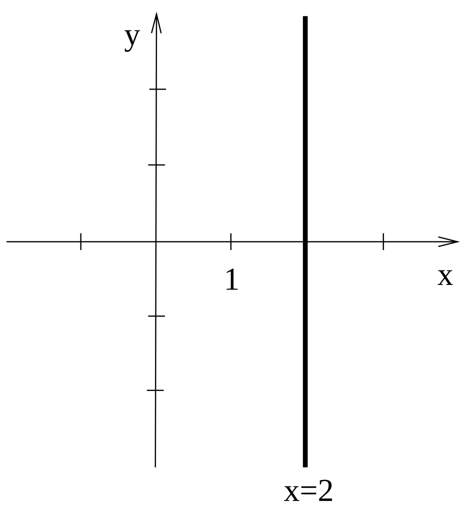
Egmont Porten
Mittuniversitetet
DMA

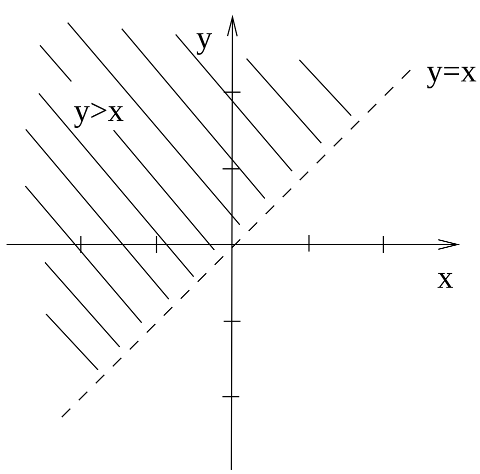
Höst 2013/2014

Lösning till övning 1
Flervariabelanalys

1.a)

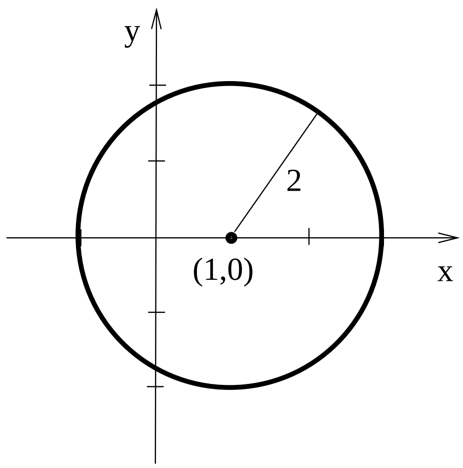


b)



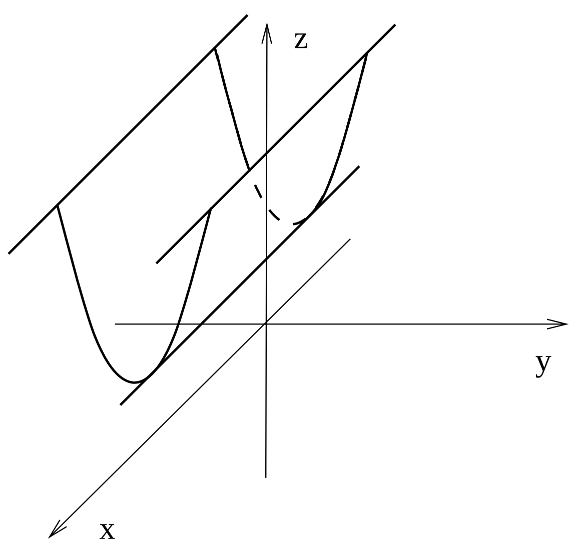
Diagonalen $y = x$ tillhör inte mängden.

c) Observera att $(x-1)^2+y^2=4 \iff \sqrt{(x-1)^2+y^2}=2$ och att $\sqrt{(x-1)^2+y^2}$ är avståndet mellan (x,y) och $(1,0)$.



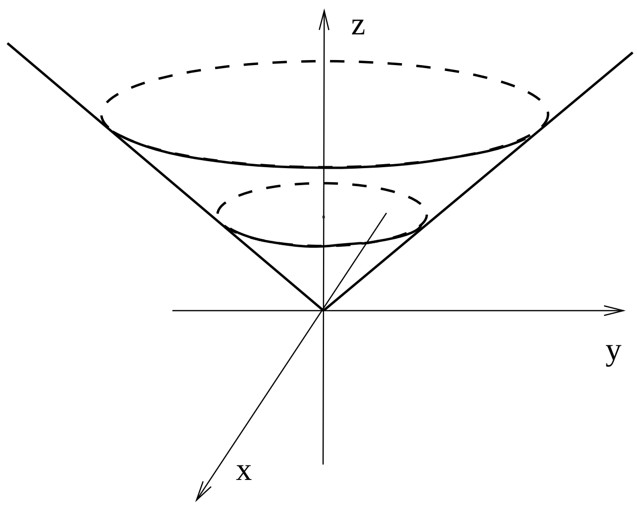
Cirkel med radie 2 och centrum $(1,0)$.

2.a)



Man får grafen genom att först rita delen över y-axeln och försjuta den längs x-axeln.

b)



Man får grafen genom att först rita delen över y-axeln och rotera den kring x-axeln.

3. För $f(x,y) = y^2 + 1$ får vi $f_x(x,y) = 0$ och $f_y(x,y) = 2y$.
De är definierade överallt.

För $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$ blir det

$$f_x(x,y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}, \quad f_y(x,y) = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \qquad \text{(kedjeregel!)}.$$

f_x och f_y är <u>inte</u> definierade i $(0,0)$, där funktionernas graf har en spets.

4. a) $f_x(x,y) = e^x$,
$f_y(x,y) = 0$.

b) $f_x(x,y) = y^2(x+1)e^x$ (produktregel!),
$f_y(x,y) = 2yxe^x$.

c) $$f_x(x,y) = -\frac{2x}{(1+x^2+y^2)^2},$$
$$f_y(x,y) = -\frac{2y}{(1+x^2+y^2)^2} \qquad (f \text{ symmetrisk i } x \text{ och } y).$$

d) $f_x(x,y) = y^2z^3(x+1)e^x$,
$f_y(x,y) = 2xyz^3e^x$,
$f_z(x,y) = 3xy^2z^2e^x$.