

Planering till Fördjupningskurs i analys, 7,5hp (MA059G:44051)

Preliminär (16 november 2009)

Lärare: Jens Persson
Institutionen för teknik och hållbar utveckling (THU)
Mittuniversitetet, Campus Östersund
Arbetsrum: Q291A
Telefon: 063-165477
E-post: jens.persson@miun.se
Hemsida: <http://apachepersonal.miun.se/~jenper/>

Kurslitteratur: Denna kursplanering är skraddarsydd för att användas tillsammans med boken *Calculus: a complete course*, 6:e upplagan ("Sixth Edition"), av Robert A. Adams. Dessutom använder vi extramaterialet om induktionsbevis vilket vi nedan hänvisar till som [Ind].

Överlapp med tidigare kurser: Det är en hel del överlapp mellan *Fördjupningskurs i analys* och de tidigare kurserna *Introduktionskurs i matematik* och *Översiktskurs i analys*. De överlapp som rör teorin (t.ex. definitionen av gränsvärden) är tänkta att tas upp mer stringent och rigoröst i denna kurs, och de överlapp som är mer räknetekniska (t.ex. optimeringsproblem) kommer inte tas upp alls under föreläsningarna utan betraktas som repetitionsmoment som studenten får jobba med på egen hand efter de anvisningar som står nedan. Det bör poängteras att alla repetitionsmoment ingår i kursen.

Räkneövningar: På räkneövningarna löser jag några problem som har med de senaste föreläsningarna och repetitionsmomenten att göra. I första hand kommer jag lösa jämna problem från boken, d.v.s. uppgifter som inte finns med som rekommenderade övningsuppgifter eftersom de saknar svar i boken. Det kan även hända att jag under räkneövningarna kommer gå igenom sådant jag inte hunnit med under föreläsningarna.

Matematikakuten: Matematikakuten är till för alla som läser matematik på Campus Östersund och det är c:a ett tvåtimmarspass varje vecka. Eftersom det bara går två andra kurser samtidigt med matematikakuten och att det är jag som är närvarande lärare på denna så finns det goda chanser att man kan ha nytta av att sitta och räkna problem under passen.

Övningsuppgifter: De rekommenderade övningsuppgifterna är oftast udda problem från boken eftersom dessa har svar i boken. Notera att det inte är tänkt att man ska räkna alla uppgifter som rekommenderas utan så pass många som man känner sig nöjd med eller hinner med att lösa. Man får räkna med att räkna kanske en tredjedel (färre på repetitionsmoment) av alla rekommenderade övningsuppgifter. Försök fördela dessa jämnt så att man inte missar några avgörande moment.

Fysiken är inte matematisk för att vi vet så mycket om den fysiska världen utan för att vi vet så lite: det är bara dess matematiska egenskaper vi kan upptäcka.

—Bertrand Russell.

Föreläsning 1: Tisdag 1 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

Vi börjar med att ge en kortare presentation av kursinnehållet och sedan tar vi en genomgång av några jämna uppgifter från avsnitt 1.2 och 1.3 om gränsvärden hos funktioner. Sist så går vi in på avsnitt 1.5 som behandlar den stringenta definitionen av gränsvärde hos en funktion, d.v.s. användande av ε - δ -formalism som vid en första anblick kan vara svår att ta till sig.

Övningsuppgifter: 1.5: 3–10, 11–19 (udda).

Repetitionsmoment: Gå själva igenom avsnitt 1.2 och 1.3 där gränsvärden hos funktioner tas upp med de metoder ni är vana med sedan förut.

Övningsuppgifter: 1.2: 7–35 (udda), 49–64.

1.3: 1–31 (udda).

Föreläsning 2: Onsdag 2 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

I den här föreläsningen tittar vi på avsnittet **Completeness and sequential limits** i Appendix III samt avsnitt 9.1 som rör fullständighetsaxiomet för de reella talen resp. talföljder och deras konvergens. Vi behöver gå igenom detta för att på ett rigoröst sätt kunna införa kontinuitet hos funktioner.

Övningsuppgifter: 9.1: 1–29 (udda).

Räkneövning 1: Onsdag 2 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Föreläsning 3: Torsdag 3 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

Vi fortsätter med Appendix III, denna gång avsnittet **Continuous functions on a closed, finite interval**. De framtagna resultaten diskuteras och tillämpas sedan i avsnitt 1.4.

Övningsuppgifter: A.III: 4–10.

1.4: 1–29 (udda).

Räkneövning 2: Torsdag 3 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Matematikakuten: Torsdag 3 december kl. 16:15–18:00 i sal Q183.

Föreläsning 4: Fredag 4 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

I den här föreläsningen går vi igenom avsnitt 2.2 och 2.6. I det förstnämnda avsnittet tittar man på derivatans definition och i det sistnämnda avsnittet berörs medelvärdessatsen.

Övningsuppgifter: 2.2: 1–5 (udda), 11–25 (udda), 29–47 (udda).

2.6: 1–17 (udda).

Räkneövning 3: Fredag 4 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Repetitionsmoment: Gå själva igenom avsnitt 2.3–2.5 som rör deriveringsregler, kedjeregeln samt derivator av trigonometriska funktioner. Om ni har tid så ta gärna en titt på avsnitt 2.7 och 2.8 där man använder derivator resp. inför högre ordningens derivator. Derivator av inverser, exponentialfunktioner, logaritmfunktioner och trigonometriska inverser gås igenom i avsnitt 3.1, 3.3 resp. 3.5; läs deriveringsreglerna och lös några rekommenderade uppgifter. (Lägg inte ned för mycket tid på detta repetitionsmoment om ni redan uppnått en god färdighet i tidigare kurser.)

Övningsuppgifter: 2.3: 1–29 (udda), 33–51 (udda).

2.4: 1–33 (udda), 37, 39.

2.5: 1–57 (udda).

2.7: 1–21 (udda), 27–33 (udda).

- 2.8: 1–11 (udda), 25.
3.1: 29, 33 (enbart derivatan på dessa).
3.3: 19–47 (udda), 51–63 (udda).
3.5: 19–37 (udda).

Föreläsning 5: Måndag 7 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

I den här föreläsningen går vi först igenom avsnitt 4.1 som rör kopplade hastigheter (eng. "related rates") som är en praktisk tillämpning av derivering. Sedan tittar vi på avsnitt 5.3 där den formella definitionen av Riemannintegralen för kontinuerliga funktioner införs.

- Övningsuppgifter:** 4.1: 1–41 (udda).
5.3: 1–13 (udda).

Repetitionsmoment: Gå själva igenom avsnitt 4.5 som rör praktiska optimeringsproblem samt avsnitt 5.1 och 5.2 där man tittar på summor och areor som gränsvärden av summor.

- Övningsuppgifter:** 4.5: 1–41 (udda).
5.1: 1–21 (udda).
5.2: 1–11 (udda), 16–18.

Räkneövning 4: Måndag 7 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Föreläsning 6: Tisdag 8 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

Vi ägnar hela föreläsningen till att gå igenom **Appendix IV** där Riemannintegralen utvidgas till att omfatta även icke-kontinuerliga funktioner.

- Övningsuppgifter:** A.IV: 1,2,4,6.

Räkneövning 5: Tisdag 8 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Föreläsning 7: Onsdag 9 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

Avsnitt 5.4 handlar om dels om grundläggande egenskaper hos en bestämda integralen och dels om medelvärdessatsen för integraler. Sedan tar vi en titt på avsnitt 5.5 som rör den så viktiga Analysens huvudsats som gör det möjligt att beräkna bestämda integraler i termer av primitiva funktioner. Slutligen behandlas avsnitt 6.5 där man studerar generaliserade integraler.

- Övningsuppgifter:** 5.4: 1–13 (udda), 17–35 (udda), 41.
5.5: 1–17 (udda), 21–47 (udda).
6.5: 1–35 (udda).

Räkneövning 6: Onsdag 9 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Repetitionsmoment: Gå själva igenom avsnitt 2.10 (till s. 148), 5.6, 5.7 och 6.1–6.3 som i första hand

behandlar diverse integrationsmetoder såsom substitution, partiell integration, partialbråksuppdelning etc. Notera att avsnitt 6.3 om integration av rationella funktioner helst bör tas före avsnitt 6.2. (OBS: Lägg inte ned för mycken möda på att läsa in materialet eller att räkna uppgifterna.)

- Övningsuppgifter:** 2.10: 1–15 (udda), 21.
5.6: 1–9 (udda), 13, 15, 19–43 (udda), 47.
5.7: 1–29 (udda).
6.1: 1–13 (udda), 17–25 (udda), 29.
6.3: 1–17 (udda), 21–25 (udda).
6.2: 1–25 (udda), 29, 33, 35, 41–45 (udda).

Föreläsning 8: Torsdag 10 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

I den här föreläsningen studerar vi avsnitt **9.2** som handlar om serier, d.v.s. summor av talföljder.

Övningsuppgifter: **9.2:** 1–21 (udda).

Räkneövning 7: Torsdag 10 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Matematikakuten: Torsdag 10 december kl. 16:15–18:00 i sal Q183.

Föreläsning 9: Fredag 11 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

Under detta tillfälle behandlas avsnitt **9.3**, d.v.s. konvergenstest för s.k. positiva serier.

Övningsuppgifter: **9.3:** 1–25 (udda), 35, 39–43 (udda).

Räkneövning 8: Fredag 11 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Föreläsning 10: Måndag 14 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

I den här föreläsningen går vi igenom avsnitt **9.4** och börjar på avsnitt **9.5**. Det förstnämnda avsnittet rör absolut och betingad konvergens medan det sistnämnda handlar om potensserier.

Övningsuppgifter: **9.4:** 1–11 (udda), 17–23 (udda).

9.5: 1–21 (udda).

Räkneövning 9: Måndag 14 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Föreläsning 11: Tisdag 15 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

Vi börjar föreläsningen med att slutföra avsnitt **9.5** om potensserier som är en förutsättning för teorin om Taylor- och Maclaurinserier. Vi går sedan vidare till avsnitt **9.6** som handlar om just Taylor- och Maclaurinserier.

Övningsuppgifter: **9.5:** 1–21 (udda).

9.6: 1–29 (udda), 33–37 (udda).

Räkneövning 10: Tisdag 15 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Repetitionsmoment: Läs på om begreppet Taylorpolynom i avsnitt **4.8** som ni bör ha erfarenhet av sedan kursen *Översiktskurs i analys*. (Strunta i detaljerna kring begreppet stora O . Grovt uttryckt så kan man säga att t.ex. $O(x^2)$ är en term så går minst lika snabbt mot noll som x^2 då x går mot noll.)

Övningsuppgifter: **4.8:** 1–33 (udda).

Föreläsning 12: Onsdag 16 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

Det första som går igenom i den här föreläsningen är [**Ind**] som handlar om induktionsbevis. Sedan bevisar vi Taylors sats i slutet av avsnitt **9.6** m.h.a. denna bevisteknik. Sist så tittar vi på avsnitt **9.7** som rör tillämpningar av Taylor- och Maclaurinserier.

Övningsuppgifter: **9.6:** 1–29 (udda), 33–37 (udda).

[**Ind**]: 408, 409, 411, 414–417.

9.7: 1–27 (udda).

Räkneövning 11: Onsdag 16 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Repetitionsmoment: Läs på om gränsvärden för obestämda former i avsnitt **4.9** fram till och med **Example 2**. (Strunta i stora O och allt som har med l'Hôpitals regler att göra som kommer efter **Example 2**.)

Övningsuppgifter: 4.9: 1–17 (udda).

Föreläsning 13: Torsdag 17 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

I den här föreläsningen tittar vi först på avsnitt 17.2 som rör homogena ekvationer, exakta ekvationer och integrerande faktorer. Sedan går vi igenom avsnitt 17.6 som handlar om icke-homogena ordinära differentialekvationer av andra ordningen. Nytt jämfört med i *Översiktskursen i analys* är att man nu har sammansatta högerled samt att vi tittar på den kraftfulla lösningsmetoden "variation av parametrar" (eng. **Variation of Parameters**) som gör det möjligt att lösa differentialekvationer med icke-konstanta koefficienter.

Övningsuppgifter: 17.2: 1–7 (udda), 11–19 (udda).
17.6: 1–19. (udda)

Räkneövning 12: Torsdag 17 december kl. 14:15–15:00 i sal Q172b.

Matematikakuten: Torsdag 17 december kl. 16:15–18:00 i sal Q183.

Repetitionsmoment: I *Översiktskurs i analys* gick ni igenom en hel del om differentialekvationer. Avsnitt 3.4, 3.7 (strunta i **Simple Harmonic Motion** och framåt), 7.9 och 17.1 (tillsammans med avsnitt 17.6 i F13) bör täcka det mesta.

Övningsuppgifter: 3.4: 9–19 (udda), 23–27 (udda).
3.7: 1-15 (udda).
7.9: 1–19 (udda).
17.1: 1–12.

Föreläsning 14: Fredag 18 december kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

Vi börjar med avsnitt 4.6 som handlar om numerisk ekvationslösning. Sedan går vi igenom avsnitt 6.6 om numerisk integrering. Sist tar vi oss en titt på **Numerical Methods** i avsnitt 17.3 som rör numeriska lösningmetoder för differentialekvationer. (Strunta i den visserligen kraftfulla men något komplicerade Runge–Kutta-metoden.)

Övningsuppgifter: 4.6: 1–9 (udda), 18–22.
6.6: 1–6.
17.3: 1,2,4,5,7,8,10,11.

Föreläsning 15: Torsdag 7 januari kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

Genomgång av en första exempeltenta.

Matematikakuten: Torsdag 7 januari kl. 16:15–18:00 i sal Q183.

Föreläsning 16: Fredag 8 januari kl. 12:15–14:00 i sal Q172b.

Genomgång av en andra exempeltenta.

Matematikakuten: Tisdag 12 januari kl. 16:15–18:00 i sal Q171.