

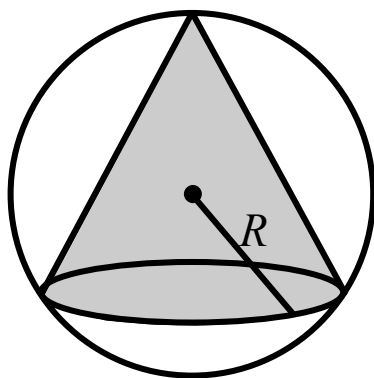
Inlämningsuppgift för Block II

Inlämningsuppgift för Block II: *Derivering* som ska vara inlämnad senast torsdag 15 december kl. 24:00. Inlämningsuppgiften består av ett antal problem som tillsammans är värda 9 poäng av totalt 45 poäng för alla fem blockens inlämningsuppgifter där 10p, 15p, 20p, 25p, 30p och 35p ger +0.5p, +1p, +1.5p, +2p, +2.5p resp. +3p på tentamina med min signatur.

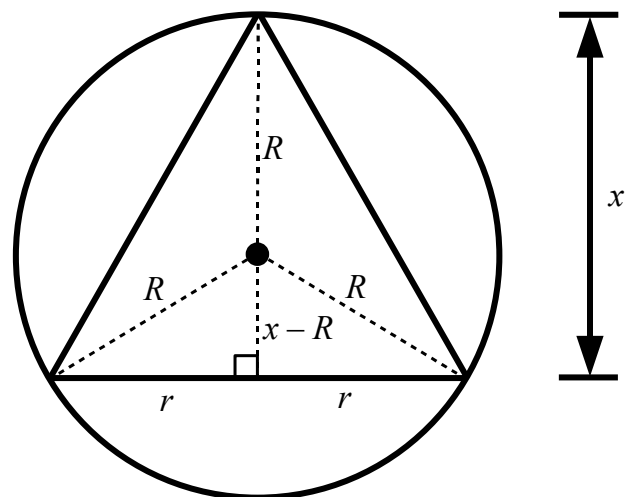
Samarbeta gärna med kurskamraterna men lämna in individuella lösningar! Lämna inlämningsuppgiften till mig personligen (på föreläsningen eller i rum Q291A), i mitt fack (finns vid Q-husets studentexpedition) eller via e-post (jens.persson@miun.se).

1. Visa med hjälp av *Medelvärdessatsen* att olikheten $\ln(1+x) < x$ uppfylls för alla $x > 0$. (1.5p)
2. En rät cirkulär kon är inskriven i en sfär med radien R ; se Figur 1 på sidan 2. Bestäm konens dimensioner för maximal volym. (2.5p)
3. Skissera grafen till funktionen $f(x) = \frac{2x^2}{x+1}$ med användande av den formella grafskisseringsproceduren; se sidorna 2–4 i Föreläsning 6. (2.5p)
4. Approximera $\ln 2$ med ett fel på högst 0.05 genom att bestämma Taylorpolynomet $P_n(x)$ till $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$ kring $x = 0$ för tillräckligt stort n . (Tips: Eftersom $f(\frac{1}{3}) = \ln 2$ så måste $\ln 2 = P_n(\frac{1}{3}) + E_n(\frac{1}{3})$. Välj alltså lämpligt n (d.v.s. minsta möjliga som fungerar) så att $|E_n(\frac{1}{3})| < 0.05$, beräkna sedan $P_n(\frac{1}{3})$. Enklast är att uppskatta $|E_0(\frac{1}{3})|$, $|E_1(\frac{1}{3})|, \dots$ tills det kan garanteras att felet understiger 0.05, detta för att slippa derivera f överflödigt många gånger. Notera att funktionerna $g(s) = \frac{s}{(1-s^2)^2}$ och $h(s) = -\frac{1+3s^2}{(1-s^2)^3}$ som uppkommer i E_1 resp. E_2 är strängt växande på $(0, \frac{1}{3})$.) (2.5p)

Perspektiv:



Siktlinje parallell med konbasplanet:



Figur 1. Sfären med den inskrivna konen i Uppgift 2.