

Kompletterande uppgifter för Tenta 2012-01-13

Kompletterande uppgifter för uppfyllande av lärandemålen. Lämnas in senast 12 april 2012 (datum för omtentamen), helst i januari eller början av februari.

Varje uppgift är värd 3 poäng och motsvarar ett ej uppfyllt lärandemål. Det krävs minst 1.5 poäng på en uppgift för att det motsvarande lärandemålet ska anses vara uppfyllt och om inte detta sker så fås uppgiften göras om tills minst 1.5 poäng erhålls.

Följande uppgifter ska lösas av respektive student (koder från tentan):

Ö-7: 1 & 3; **Ö-8:** 3; **Ö-41:** 1, 2, 3 & 4; **S-122:** 1 & 3.

Lämna lösningarna till de kompletterande uppgifterna till mig personligen (i rum Q291A), i mitt fack (finns vid Q-husets studentexpedition) eller via e-post (jens.persson@miun.se).

De rätta lösningarna kommer att läggas upp på kurshemsidan så snart den sista kompletteringen är godkänd.

1. (**Taylors sats.**) Approximera $\sin 10^\circ$ med ett fel på högst 0.01 genom att bestämma Taylorpolynomet $P_n(x)$ till $f(x) = \sin x$ kring $x = 0$ för tillräckligt stort n .

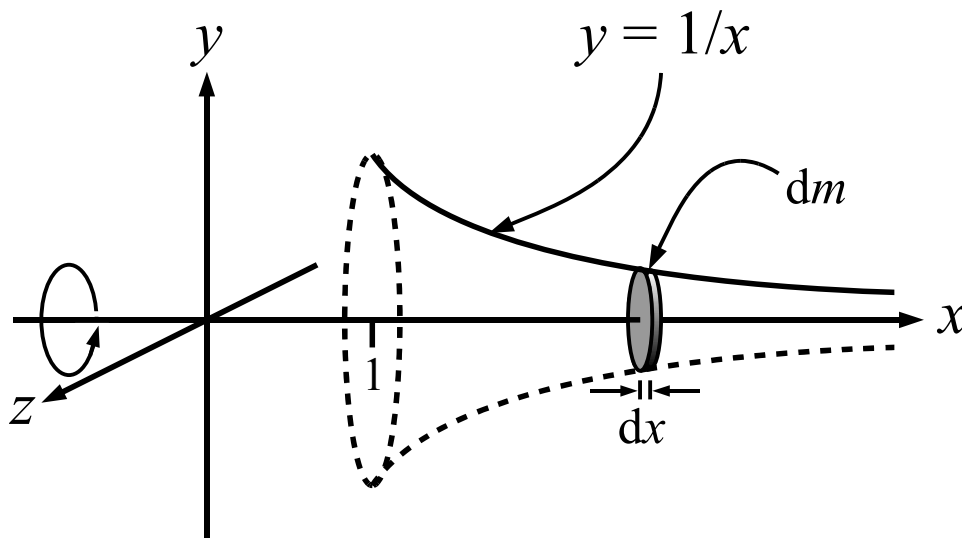
(Tips: Utnyttja konverteringsregeln $180^\circ = \pi$ rad och att, enligt Taylors sats, $f(x) = P_n(x) + E_n(x)$ där $P_n(x) = \sum_{i=0}^n \frac{f^{(i)}(0)}{i!} x^i$ och $E_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!} x^{n+1}$ för något $s \in (0, x)$ om $x > 0$. Notera $|\sin s|, |\cos s| \leq 1$ för alla $s \in (0, x)$.) (3p)

2. (**Beräkning av integraler.**) Beräkna

a) generaliserade integralen $\int_{-1}^3 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx$; (Tips: Substitution.) (1p)

b) bestämda integralen $\int_1^e (\ln x)^2 dx$; (Tips: Partialintegration två ggr.) (1p)

c) integralen $\int \frac{x+1}{x^3+x^2-6x} dx$; (Tips: Partialbråksuppdelning.) (1p)



Figur 1. Solid Torricellis trumpet i Uppgift 3.

3. (Tillämpning av integralkalkyl.) Betrakta en solid Torricellis trumpet definierad genom en rotation av kurvan $y = \frac{1}{x}$ kring x -axeln mellan $x = 1$ och $x = +\infty$; masstätheten i x hos trumpeten är $\delta(x) = \delta \frac{2x}{1+x^2}$ där δ är masstätheten vid trumpetmynningen $x = 1$. Se Figur 1. Beräkna den oändligt långa trumpetens masscentrum $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$.
(Tips: Koordinaterna $\bar{y}$ och $\bar{z}$ fås direkt ur rotationssymmetrin och för $\bar{x}$ gäller att $\bar{x} = \frac{M_{x=0}}{m}$ där $M_{x=0} = \int x \, dm$ (momentet), $m = \int dm$ (massan); skivmassan dm ges ur masstäthet $\delta(x)$, skrivradie y och skivtjocklek dx .) (3p)

4. (Lösning av differentialekvationer.) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = 2e^x, & (*) \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

(Tips: Ingen term i partikulärlösningen får lösa den homogena ekvationen associerad till (*). För detaljer, se t.ex. sid. 10–12 i F12; avsn. 17.6 i kursboken; lösningen till uppg. 7 i Tentamen 2012-01-13 etc.) (3p)

Lycka till!