Block 2 - Algebraiska uttryck

- Utveckling av uttryck
  - Multiplikation av polynom
  - Kvadreringsreglerna
  - Konjugatregeln

- Förenkling av uttryck
  - Distributiva lagen
  - Kvadreringsreglerna
  - Konjugatregeln
  - Rationella uttryck

Räkning med reella tal

Räkneoperationerna på $\mathbb{R}$ är $+, -, \cdot, \div$ (men *inte* division med 0) med vanliga räkneregler, t.ex: Låt a, b och c vara reella:

Associativa lagen: $a(bc) = (ab)c$ och $a + (b + c) = (a + b) + c$

Kommutativa lagen: $ab = ba$ och $a + b = b + a$

Distributiva lagen: $a(b + c) = ab + ac$

Lagen om noll-delare: Om $ab = 0$ då är $a = 0$ eller $b = 0$ (eller båda)

Teckenregler:
$a + (-b) = a - b, \qquad a - (-b) = a + b,$
$(-a)b = a(-b) = -ab, \qquad (-a)(-b) = ab$

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}, \qquad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \text{ om } b \neq 0.$$

Uttryck beräknas **från vänster till höger** med **PaPoDMAS**-regeln:

Parenteser (inre först)

Potenser (inre först)

Division/ **M**ultiplikation

Addition/ **S**ubtraktion

Algebraiska uttryck

Räknereglerna hjälper oss också att förenkla och utveckla algebraiska uttryck i reella variabler. Oftast används

Distributiva lagen $a(b+c) = ab + ac$

men andra viktiga räkneregler följar av de 'vanliga' räknereglerna:

Distributiva lagen utvidgat
$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Kvadreringsreglerna
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Konjugatregeln
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Algebraiska uttryck

Exempel

Utveckla uttrycken

- $(a+b)(a-c)$
- $(4+x)(4-x)$
- $(2a+5b)^2$
- $(5a-3b)^2$
- $(5y+2z)(5y-2z)$

Algebraiska uttryck

Exempel

Bestäm koefficienten för x^2 och koefficienten för x då man multiplicerar ihop följande parenteser:

- $(x-1)(5x^2-4x-3)$

- $(1+x-x^2-x^3+2x^4-5x^5)(2+7x-x^2+4x^3-5x^4+3x^5)$

Förenkling av algebraiska uttryck

Att förenkla ett uttryck är att skriva om uttrycket så att det blir lättare att lösa en uppgift. Det är inte alltid bäst att förenkla så långt som möjligt, t.ex. är det lättare att integrera uttrycket

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

än det är att integrera uttrycket

$$\frac{1}{x^2 + x}$$

Ett slututtryck bör dock inte kunna förenklas ytterligare, t.ex

skriv inte $\frac{9}{27}$ utan $\frac{1}{3}$,

skriv inte $\sqrt{8}$ utan $2\sqrt{2}$ och inte $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ utan $\sqrt{2}$,

skriv inte $\dfrac{2x}{2 + \frac{4}{x}}$ utan $\dfrac{x^2}{x+2}$.

Förenkling av algebraiska uttryck

Exempel

Skriv som en kvot av två polynom:

- $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1}$

- $\dfrac{\frac{x}{2} + \frac{2}{x}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{4}}$

- $\dfrac{x+2}{x-3} - \dfrac{x-3}{x+4}$

Förenkling av algebraiska uttryck

Exempel

Är $c - d$ en faktor i uttrycken nedan?

- $c(x + y) - d(x + y)$

- $(c - d) + (x + y)$

- $(c - d)(2 + x) - dy + cy$

Förenkling av algebraiska uttryck

Exempel

Förenkla så långt som möjligt:

- $\dfrac{6(x^2)^3(y^2)^2}{(3x^2y^3)^2}$

- $\dfrac{(b-a)^5}{(a-b)^3}$

- $\dfrac{x^2(x-1)+3(x-1)}{x^2-1}$

Förenkling av algebraiska uttryck

Exempel

Bryt ut xy ur följande uttryck:

- $xy + 2$

- $x - y$

Förenkling av algebraiska uttryck

Exempel

Lös ekvationerna

- $2x - \frac{2}{5} = 4 - \frac{7x}{10}$

- $\frac{x}{\frac{4}{3} - x} - \frac{\frac{1}{3} - x}{x} = \frac{1}{9x}$

Förenkling av algebraiska uttryck

Exempel

Lös ekvationerna

- $15x^2 = 16x$

- $(x-3)(x+4) = 0$

- $8(2x-3)(7x+11) = 0$

- $4(2x-5)^3 + 7(2x-5)^2 = 0$