

MA014G

Algebra och Diskret Matematik A

Inlämningsuppgifter till Block 5-6

För att få bonuspoängen måste du lämna in dina lösningar senast
måndagen den 13 oktober kl. 8:15

Uppgift 1

Låt n vara ett positivt heltal.

Bevisa med ett motsägelsebevis att om man stoppar $n + 1$ kulor i n lådor, så finns åtminstone en låda som innehåller två kulor eller fler.

Uppgift 2

Lös rekursionsformeln

$$t_{n+2} = 4t_n \quad \text{för } n \geq 0,$$

med begynnelsevillkoren $t_0 = 2$ och $t_1 = 1$.

Uppgift 3

Talföljden $\{s_n\}_{n=0}^\infty$ definieras genom

$$s_{n+1} = s_n + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} \quad \text{för } n \geq 0,$$

och begynnelsevillkoret $s_0 = 0$.

(a) Använd rekursionsformlen för att beräkna s_1, s_2, s_3, s_4 och s_5 .

(b) Visa med induktion att $s_n = \frac{n}{2n+1}$ för alla $n \geq 0$.

Uppgift 4

Låt G vara grafen med hörnmängd $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ och grannmatris

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Rita G .

(b) Definiera vad som menas med att en graf är ett *träd*.

(c) Definiera vad som menas med att två enkla grafer H_1 och H_2 är *isomorfa*.

(d) Hitta tre icke-isomorfa uppspännande träd i G .
Motivera varför de inte är isomorfa.