

MA014G

Algebra och Diskret Matematik A

Inlämningsuppgifter till Block 2

För att få bonuspoängen måste du lämna in dina lösningar senast
måndagen den 24 september kl. 10:00

Uppgift 1

Beräkna följande summor:

(a) $\sum_{i=3}^{10} (2i - 5).$

(b) $\sum_{k=-3}^4 (-k)^3.$

(c) $\sum_{k=-2}^{50} 5.$

Uppgift 2

(a) Ange följande formel m.h.a. summatecken:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

(b) Beräkna följande summa m.h.a. formeln i (a):

$$\sum_{n=10}^{100} (2n+1)^2.$$

(c) På ett kalas träffas 50 personer. Alla skakar hand med varandra precis en gång. Använd summanotation (sigmanotation) för att ge ett uttryck för det totala antalet handskakningar på denna fest.

Uppgift 3

- (a) Uttryck det binära talet $(110111011010000111010)_2$
- (i) som ett hexadecimalt tal;
 - (ii) i basen tio.
- (b) Uttryck det hexadecimala talet $DB9_{16}$ som ett binärt tal.
- (c) Uttryck talet 2102_3 i basen två.

Uppgift 4

En talföljd $\{s_k\}_{k=1}^{\infty}$ definieras rekursivt genom

$$s_k = s_{k-3} - 3s_{k-2} + 2s_{k-1} \quad \text{för } k \geq 4,$$

samt startvillkoren $s_1 = 1, s_2 = -1$ och $s_3 = 4$.

Beräkna s_4, s_5, s_6 och s_7 .

Uppgift 5

Sam har samlat på sig en stor hög med enkronor som han tänker använda som fikakassa. Varje gång han är på föreläsning och det blir rast, springer han iväg till fiket för att köpa något stärkande. I fiket finns kaffe samt gobitar. Ibland nöjer han sig med kaffe, vilket kostar 1kr, och ibland köper han kaffe och en gobit, vilket totalt kostar 2kr. På varje rast väljer han dock alltid ett av dessa alternativ och han håller på så tills han har slut på enkronor.

Anta att Sam har n st enkronor där $n \geq 1$. Ta fram en rekursionsformel som beskriver hur många olika möjliga inköpssekvenser som finns.

Ledning 1:

Om Sam exempelvis har $n = 3$ enkronor, så finns det 3 möjliga sekvenser:

(kaffe+gobit, kaffe), (kaffe, kaffe+gobit), samt (kaffe, kaffe, kaffe).

Ledning 2:

Låt a_n vara antalet sätt att göra av med n st enkronor. Beräkna a_1 och a_2 . För $n \geq 3$, tänk på vad som händer om han först köper bara kaffe. På hur många sätt kan han då göra av med resterande pengar? Behandla sedan fallet då han först köper kaffe+gobit.