

MA014G

Algebra och Diskret Matematik A

Inlämningsuppgifter till Block 5

För att få bonuspoängen måste du lämna in dina lösningar senast fredagen den 19 oktober kl. 10:00

Uppgift 1

Låt n vara ett heltal. Ange det kontrapositiva påståendet till

‘Om n^2 är udda så är n udda’

och bevisa påståendet.

Uppgift 2

Bevisa med ett motsägelsebevis att om man stoppar 201 kulor i 50 lådor, så finns åtminstone en låda som innehåller fem kulor eller fler.

Uppgift 3

En talföljd $\{a_n\}_{n=0}^\infty$ definieras genom rekursionsformeln

$$a_{n+2} = -6a_{n+1} - 9a_n \quad \text{för } n \geq 0,$$

samt startvillkoren $a_0 = -1$ och $a_1 = 1$.

Lös rekursionsformeln, dvs. hitta a_n som funktion av n för alla $n \geq 0$.

Uppgift 4

Talföljden $\{s_n\}_{n=1}^\infty$ definieras genom

$$s_n = s_{n-1} + n^2 \quad \text{för } n \geq 2,$$

och begynnelsevillkoret $s_1 = 1$.

(a) Använd rekursionsformlen för att beräkna s_2, s_3, s_4 och s_5 .

(b) Visa med induktion att $s_n = \sum_{r=1}^n r^2$ för alla $n \geq 1$.

(c) Bevisa (också med induktion) att

$$s_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

för alla $n \geq 1$.