MA014G

Algebra och diskret matematik
Formler och symboler

Symboler för relationer mellan tal

$a = b$	a är lika med b
$a \neq b$	a är inte lika med b
$a < b$	a är strikt mindre än b
$a > b$	a är strikt större än b
$a \leq b$	a är mindre än eller lika med b
$a \geq b$	a är större än eller lika med b
$a \mid b$	heltalet a delar heltalet b

Några räknelagar för heltal

Associativa lagar:	$(a+b)+c = a+(b+c)$	$(ab)c = a(bc)$
Kommutativa lagar:	$a+b = b+a$	$ab = ba$
Distributiva lagen:	$a(b+c) = ab+ac$	
Lagen om nolldelare:	Om $ab = 0$ så är $a = 0$ eller $b = 0$	

Några talmängder

$\emptyset$	den tomma mängden $\{\,\}$
$\mathbb{Z}$	mängden av heltal $\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
$\mathbb{Z}_+$	mängden av positiva heltal $\{1, 2, 3, \ldots\}$
$\mathbb{Z}_-$	mängden av negativa heltal $\{\ldots -3, -2, -1\}$
$\mathbb{N}$	mängden av de naturliga talen $\{0, 1, 2, \ldots\}$
$\{x \in \mathbb{Z} \mid P\}$	mängden av alla x i $\mathbb{Z}$ som uppfyller egenskap P
$\{x \in \mathbb{Z} : P\}$	är det samma som $\{x \in \mathbb{Z} \mid P\}$
$\mathbb{Q}$	mängden av de rationella talen $\{p/q : p, q \in \mathbb{Z},\ q \neq 0\}$
$\mathbb{Q}_+$	mängden av de positiva rationella talen $\{x \in \mathbb{Q} : x > 0\}$
$\mathbb{Q}_-$	mängden av de negativa rationella talen $\{x \in \mathbb{Q} : x < 0\}$
$\mathbb{R}$	mängden av de reella talen
$\mathbb{R}_+$	mängden av de positiva reella talen $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$
$\mathbb{R}_-$	mängden av de negativa reella talen $\{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$
$[a, b]$	det slutna intervallet från a till b, dvs. $\{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$
$]a, b[$	det öppna intervallet från a till b, dvs. $\{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$

Symboler ang. mängder

$A = B$	A är lika med B
$A \neq B$	A är inte lika med B
$a \in A$	elementet a tillhör mängden A
$a \notin A$	elementet a tillhör inte mängden A
$A \cup B$	unionen av A och B, dvs. $\{x : x \in A \text{ eller } x \in B\}$
$A \cap B$	snittet av A och B, dvs. $\{x : x \in A \text{ och } x \in B\}$
$A - B$	mängddifferensen av A och B, dvs. $\{x \in A : x \notin B\}$
$\overline{B}$	komplementmängden till B, dvs.
	om B är en delmängd av grundmängden $\mathcal{U}$ så är $\overline{B} = \{x \in \mathcal{U} : x \notin B\}$
$A \subseteq B$	A är en delmängd av B, dvs. $x \in A \Rightarrow x \in B$
$A \subset B$	A är en äkta delmängd av B, dvs. $A \subseteq B$ och $A \neq B$
$A \times B$	den cartesiska produkten av A och B, dvs.
	mängden av alla ordnade par (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$
$\mathcal{P}(A)$	potensmängden till A, dvs. mängden av alla delmängder av A

Några räknelagar för mängder

Associativa lagar:	$(A\cup B)\cup C = A\cup(B\cup C)$	$(A\cap B)\cap C = A\cap(B\cap C)$
Kommutativa lagar:	$A\cup B = B\cup A$	$A\cap B = B\cap A$
Distributiva lagar:	$A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cup(A\cap C)$	$A\cup(B\cap C) = (A\cup B)\cap(A\cup C)$
De Morgans lagar:	$\overline{A\cup B} = \overline{A}\cap\overline{B}$	$\overline{A\cap B} = \overline{A}\cup\overline{B}$

Symboler ang. logik

$\neg p$	icke p
$p\vee q$	p eller q
$p\wedge q$	p och q
$p\Rightarrow q$	p medför q
$p\Leftrightarrow q$	p är ekvivalent med q

Några lagar för logik

Associativa lagar:	$(p\vee q)\vee r \Leftrightarrow p\vee(q\vee r)$	$(p\wedge q)\wedge r \Leftrightarrow p\wedge(q\wedge r)$
Kommutativa lagar:	$p\vee q \Leftrightarrow q\vee p$	$p\wedge q \Leftrightarrow q\wedge p$
Distributiva lagar:	$p\wedge(q\vee r) \Leftrightarrow (p\wedge q)\vee(p\wedge r)$	$p\vee(q\wedge r) \Leftrightarrow (p\vee q)\wedge(p\vee r)$
De Morgans lagar:	$\neg(p\vee q) \Leftrightarrow \neg p\wedge\neg q$	$\neg(p\wedge q) \Leftrightarrow \neg p\vee\neg q$

Några logiska ekvivalenser för bevisföring

Att bevisa $p\Leftrightarrow q$ är ekvivalent med att bevisa att $p\Rightarrow q$ och $q\Rightarrow p$
Att bevisa $p\Rightarrow q$ är ekvivalent med att bevisa $\neg q\Rightarrow\neg p$

Lösning av andragradsekvationer

Andragradsekvationen $ax^2+bx+c=0$ där $a\neq 0$ har rötterna $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Några standardsummor

$$\sum_{r=1}^{n} r = \frac{n(n+1)}{2}$$
$$\sum_{r=1}^{n} r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
$$\sum_{r=0}^{n} x^r = \frac{x^{n+1}-1}{x-1} \text{ där det reella talet } x\neq 1$$

De positiva primtalen ≤ 100

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97$