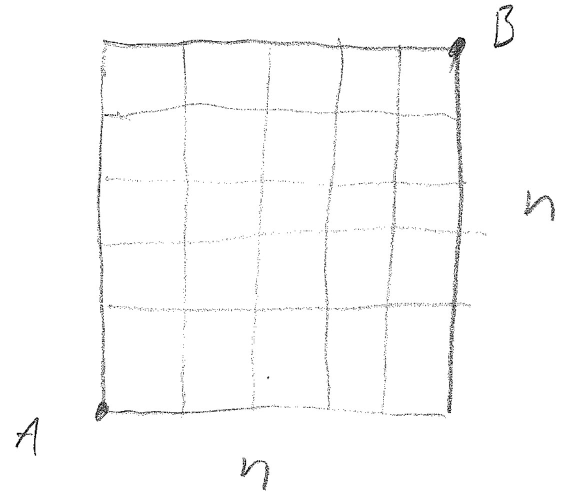
Exempel 6.2.22 (4.2.22)



Om vi skall ta oss från hörn A till B och endast får gå åt höger och uppåt måste vi ta totalt $2n$ steg.

Av dessa steg måste n vara åt höger

Vi har alltså $\binom{2n}{n}$ olika val att göra dessa högersteg, vilket också ger antalet rutter

Supplement till
Example 6.2.23 (4.2.23)

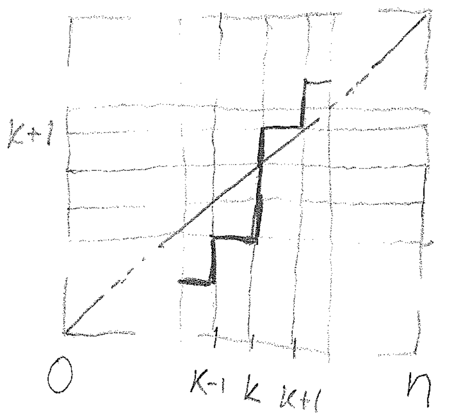
Den grundläggande idén i exemplet är att dela upp rutterna i bra och dåliga rutter. Vi vill veta hur många bra rutter som finns, de som håller sig under diagonalen i $n \times n$ kvadraten.

Det visar sig att det är enklare att räkna de dåliga rutterna.

Example 6.2.22 (4.2.22) ger det totala antalet rutter, så vi får de bra om vi vet de dåliga.

Nu påstås det att de dåliga rutterna är lika många som antalet rutter i ett $(n+1) \times (n-1)$ rektangel.

Tänk nu såhär om vi i en $n \times n$ kvadrat efter k steg passerar diagonalen befinner vi oss i "koordinat" $(k+1, k)$



Om vi nu kastar om stegen uppåt mot dem åt höger, så hade vi förut $n-k$ steg kvar att gå åt höger som vi nu skall gå uppåt,

förut hade vi $n-(k+1)$ steg kvar att gå uppåt som vi nu skall gå åt höger

koordinatvis $(n-k, n-(k+1))$

Addera nu dessa till de koordinater vi hade gått förut

$$(k+1, k) + (n-k, n-(k+1)) = (n+1, n-1)$$

Så en dåligrutt beskrivs av en $(n+1, n-1)$ rutt.

Vad som är kvar att visa är att det inte finns flera rutter i ett $(n+1, n-1)$ rektangel än de som ges av de dåliga rutterna.

Tag då en rutt i $(n+1, n-1)$ rektangeln. Så snart vi kommer till en "koordinat" med $(k+1, k)$ i $(n+1, n-1)$ rektangeln gör vi som ovan och kastar om höger och upp, vilket medför att vi får en rutt i ett $n \times n$ kvadrat. Denna rutt är ju dålig eftersom den innehåller en "koordinat" $(k+1, k)$. Så rutten passerar diagonalen.

De dåliga rutterna är alltså $\binom{2n}{n-1}$ st.