



MA014G

Algebra och Diskret Matematik A

Svar på uppgifter till Block 2

Referenser utan parenteser är till [J] edition 5, referenser i ()-parenteser är till [J] edition 4, och referenser i []-parenteser är till [J] edition 6.

[J] sida 69-71 (79-83) [110-112]

4. (2a.) [4.] $t_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 5;$

5. (2b.) [5.] $t_7 = 2 \cdot 7 - 1 = 13;$

6. (2c.) [6.] $t_{100} = 199;$

7. (2d.) [7.] $t_{2077} = 4153;$

8. (2e.) [8.] $\sum_{i=1}^3 t_i = t_1 + t_2 + t_3 = 1 + 3 + 5 = 9;$

9. (2f.) [9.] $\sum_{i=3}^7 (2i - 1) = 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 45;$

10. (2g.) [10.] $\prod_{i=1}^3 t_i = t_1 \times t_2 \times t_3 = 1 \times 3 \times 5 = 15;$

11. (2h.) [11.] $\prod_{i=3}^6 t_i = 5 \times 7 \times 9 \times 11 = 3465;$

12. (2i.) [12.] Följden s definierat genom att låta $s_i = 2i + 1$, där $i=0, 1, 2, 3, \dots$, är lika med följden t .

13. (2j.) [13.] Ja.

14. (2k.) [14.] Nej.

31. (6a.) [51.] $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = -1 + 2 - 3 + 4 = 2;$

32. (6b.) [52.] $b_1 + b_2 + \dots + b_{10} = -1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + 8 - 9 + 10 = 5;$

33. (6c.) [53.] Följden är $-1, 1, -2, 2, -3, 3, -4, 4, -5, 5, -6, 6, \dots$, så den kan t.ex. definieras genom

$$c_n = \begin{cases} -(n+1)/2 & \text{om } n \text{ är udda;} \\ n/2 & \text{om } n \text{ är jämnt;} \end{cases} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

34. (6d.) [54.] Följden är $-1, -1x2, 1x2x3, 1x2x3x4, -1x2x3x4x5, -1x2x3x4x5x6, \dots$, så om vi definierar $n! := 1x2x3x4x5x\dots x n$, då kan följden t.ex. definieras genom

$$d_n = \begin{cases} -(n!) & \text{om 4 delar } n-1 \text{ eller } n-2; \\ n! & \text{om 4 delar } n-3 \text{ eller } n-4; \end{cases} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

35. (6e.) [55.] Nej;

36. (6f.) [56.] Nej.

45. (8c.) [69.] Observera att $x_1 + x_n = x_2 + x_{n-1} = x_3 + x_{n-2} = \dots$, därför har vi, att

$$c_n = (n/2) \cdot (x_1 + x_n).$$

Observera också, att $x_1 = 2$, $x_2 = 2 + 3$, $x_3 = 2 + 2 \cdot 3$, $x_4 = 2 + 3 \cdot 3$, $\dots$, $x_n = 2 + (n-1) \cdot 3$. Därav följer nu svaret i [J].

59. (12a.) [87.] 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128;

60. (12b.) [88.] 2^1 , 2^2 , 2^4 , 2^7 , 2^{11} , 2^{16} , 2^{22} ;

61. (12c.) [89.] $n_k = n_{k-1} + (k-1)$, så $n_k = (k-1) + (k-2) + \dots + 3 + 2 + 1 + n_1 = k(k-1)/2 + n_1 = k(k-1)/2 + 1$.

62. (12d) [90] k:te element i delföljden är 2^{n_k} .

84. (17.) [112.] $i = k+1$, så $k = i-1$. Därför är

$$\sum_{i=1}^n i^2 r^{n-i} = \sum_{k=0}^{n-1} (k+1)^2 r^{n-k-1}$$

85. (18) [113] $k = i+1$, så $i = k-1$. Därför är

$$\sum_{k=1}^n C_{k-1} C_{n-k} = \sum_{i=0}^{n-1} C_i C_{n-i-1}$$

88. (21.) [116.]

- a. *baabcaaba*;
- b. *caababaab*;
- c. *baabbaab*;
- d. *caabacaaba*;
- e. 9;
- f. 9;
- g. 8;
- h. 10;
- i. *baab*;
- j. *caaba*;
- k. *baabcaababbab*;
- l. *caabacaababbabbaab*.

89. (22) [117] {00, 01, 10, 11}.

91. (24.) [119.] {000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111}.

92. (25.) [120.] {000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111, 00, 01, 10, 11, 0, 1, 1}

[J] sida 76 (90 - 91) [205]

2. (2.) [9.] $1 + 2 + 8 + 16 = 27$;

3. (3.) [10.] $1 + 2 + 8 + 16 + 64 + 128 = 219$;

5. (5.) [12.] $2^8 - 1 = 255$;

6. (6.) [13.] $1 + 2 + 8 + 16 + 64 + 128 + 256 + 1024 + 2048 = 3547$;

8. (8.) [15.]

$$\begin{aligned} 61 \div 2 &= 30 \text{ rest } 1 \\ 30 \div 2 &= 15 \text{ rest } 0 \\ 15 \div 2 &= 7 \text{ rest } 1 \end{aligned}$$

$$7 \div 2 = 3 \text{ rest } 1$$

$$3 \div 2 = 1 \text{ rest } 1$$

$$1 \div 2 = 0 \text{ rest } 1$$

så svaret är 111101.

9. (9.) [16.]

$$223 \div 2 = 111 \text{ rest } 1$$

$$111 \div 2 = 55 \text{ rest } 1$$

$$55 \div 2 = 27 \text{ rest } 1$$

$$27 \div 2 = 13 \text{ rest } 1$$

$$13 \div 2 = 6 \text{ rest } 1$$

$$6 \div 2 = 3 \text{ rest } 0$$

$$3 \div 2 = 1 \text{ rest } 1$$

$$1 \div 2 = 0 \text{ rest } 1$$

så svaret är 11011111.

11. (11.) [18.] $1024 = 10000000000$.

12. (12.) [19.] 11000000110100 .

14. (14.) [21.] 101000 .

15. (15.) [22.] 1100011 .

17. (17.) [24.] 1000100010 .

18. (18.) [25.] 100010100 .

20. (20.) [27.] $1E9_{16} = 9 + 14 \times 16 + 1 \times 256 = 489$.

21. (21.) [28.] 15996

23. (23.) [30.] 8349

24. (24.) [31.] 307322

25. (25.) [32.] T.ex. $12340 = 0011\ 0000\ 0011\ 0100 = 3038_{16}$.

26. (26.) [33.]

$$1001 = 9_{16}$$

$$11011 = 0001\ 1011 = 1B_{16}$$

$$1101\ 1011 = DB_{16}$$

$$100000 = 0010\ 0000 = 20_{16}$$

$$1111\ 1111 = FF_{16}$$

$$1101\ 1101\ 1011 = DDB_{16}$$

27. (27.) [34.]

$$3A = 0011\ 1010 = 111010$$

$$1E9 = 0001\ 1110\ 1001 = 111101001$$

$$A03 = 1010\ 0000\ 0011$$

28. (28.) [35.] FE_{16}

29. (29.) [36.] 903_{16}

30. (30.) [37.] $565D_{16}$

32. (32.) [39.] $130FF7_{16}$

34. (34.) [41.] ja, ja, ja.

36. (36.) [43.] $3 + 4 \times 8 + 6 \times 64 + 7 \times 512 = 4003$

37. (37.) [44.] 4041

39. (39.) [46.] 519

40. (40.) [47.] 179889

42. (42.) [49.]

$$1001 = 001\ 001 = 11_8$$

$$11011 = 011\ 011 = 33_8$$

$$11011011 = 011\ 011\ 011 = 333_8$$

$$100\ 000 = 40_8$$

$$11111111 = 011\ 111\ 111 = 377_8$$

$$110\ 111\ 011\ 011 = 6733_8$$

43. (43.) [50.]

$$3A_{16} = 0011\ 1010_2 = 111\ 010_2 = 72_8$$

$$1E9_{16} = 0001\ 1110\ 1001_2 = 111\ 101\ 001_2 = 751_8$$

$$3E7C_{16} = 0011\ 1110\ 0111\ 1100_2 = 011\ 111\ 001\ 111\ 100_2 = 37174_8$$

$$A03_{16} = 1010\ 0000\ 0011_2 = 101\ 000\ 000\ 011_2 = 5003_8$$

$$209D_{16} = 0010\ 0000\ 1001\ 1101_2 = 010\ 000\ 010\ 011\ 101_2 = 20235_8$$

$$4B07A_{16} = 0100\ 1011\ 0000\ 0111\ 1010_2 = 001\ 001\ 011\ 000\ 001\ 111\ 010_2 = 1130172_8$$

45. (45.) [52] ja;

46. (46.) [53] nej, ja, ja, ja.

[J] sida 232 - 232 (265 - 266) [287]

2

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ för $n \geq 3$. $a_1 = 3$, $a_2 = 6$. (Varje tal är summan av de två föregående talen.)

23

Varje sträng börjar antingen med en etta eller ett antal nollor.

Vi studerar alla disjunkta delfall:

- Antal strängar som inte innehåller 010 och börjar med etta är S_{n-1} .
- Antal strängar som inte innehåller 010 och börjar med precis en nolla är antalet som börjar med 011, och det finns S_{n-3} av dem. (Varför? För att efter andra ettan kan komma vilken sträng som helst av längden $n-3$ som innehåller 010.)
- Antal strängar som inte innehåller 010 och börjar med precis två nollor är antalet som börjar med 0011, och det finns S_{n-4} av dem.
- På samma sätt får vi att antal strängar som inte innehåller 010 och som börjar med precis k nollor är S_{n-k-2} för $k=1, 2, 3, \dots, n-3$.
- Antalet strängar som börjar med precis $n-2$ nollor är 1 (bara två platser kvar som må fyllas med 11).
- Antalet strängar som börjar med precis $n-1$ nollor är 1 (bara en plats kvar som må fyllas med en etta).
- Antalet strängar som börjar med precis n nollor är 1 (ingen plats kvar).

Totalt ger additionsprincipen då att $S_n = S_{n-1} + S_{n-3} + S_{n-4} + \dots + S_1 + 1 + 1 + 1$.

24

$$S_n = S_{n-1} + S_{n-3} + S_{n-4} + \dots + S_1 + 1 + 1 + 1.$$

$$S_{n-1} = S_{n-2} + S_{n-4} + S_{n-5} + \dots + S_1 + 1 + 1 + 1.$$

Subtraktion ger $S_n - S_{n-1} = S_{n-1} + S_{n-3} - S_{n-2}$.

Extra övningsuppgifter till Divisionsalgoritmen

1. kvot $k=1$ rest $r=5$;
2. kvot $k=-2$ rest $r=2$;
3. kvot $k=7$ rest $r=1$;
4. kvot $k=-8$ rest $r=2$;
5. kvot $k=4$ rest $r=0$.

© [Pia Heidtmann](#)

MID SWEDEN UNIVERSITY

Department of Engineering, Physics and Mathematics

Mid Sweden University

S-851 70 SUNDSVALL

Sweden

Updated 070811