

7. $R = \{(1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (2,2), (3,2), (4,2), (2,3), (3,3), (4,3), (2,4), (3,4), (4,4)\}$

14. $R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (3,5), (5,4), (4,3)\}$

34. Relationen är reflexiv eftersom för alla $x \in \mathbb{Z}^+$ gäller att $3 \mid x+2x$ så $(x,x) \in R$ för alla $x \in \mathbb{Z}^+$

Relationen är symmetrisk. Om vi tar $(x,y) \in R$ så gäller att $x+2y=3k$ för något $k \in \mathbb{Z}^+$, vilket ger $x=3k-2y$.

Betrakta nu $y+2x = y+2(3k-2y) = -3y+6k = 3(2k-y)$, vilket ger att $3 \mid y+2x$ så $(y,x) \in R$

Relationen är inte antisymmetrisk ty både $(1,4) \in R$ och $(4,1) \in R$ men $1 \neq 4$.

Relationen är transitiv. Låt $(x,y) \in R$ och $(y,z) \in R$, vilket betyder att $x+2y=3k$, $k \in \mathbb{Z}$ och

$y+2z=3l$, $l \in \mathbb{Z}$. Detta ger genom addition

$x+3y+2z=3k+3l$ så $x+2z=3(k+l-z)$

och därmed har vi att $3 \mid x+2z$.

Relationen är en ekvivalensrelation men ingen partiell ordning

2.8 [2.2]

17.

Låt

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$$

Funktionen ej injektiv ty $f(1) = f(0) = 0$

Funktionen surjektiv ty $V_f = \mathbb{R}$

Allt om vi betraktar $f(x) = y$ så kan vi hitta ett x som ger y för alla $y \in \mathbb{R}$ genom att

ta $x = \frac{1}{y}$ om $y < 0$ och $x = \frac{1}{y+1}$ om $y \geq 0$

18.

Låt $f(x) = \sin x$.

Funktionen är inte injektiv ty $f(0) = f(\pi) = 0$

Funktionen är inte surjektiv eftersom

$-1 \leq \sin x \leq 1$ för alla $x \in \mathbb{R}$.

37. a)

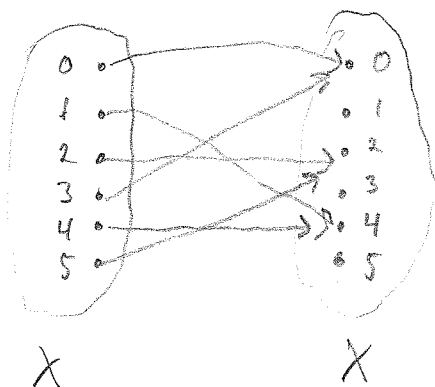
$$f = \{(a, b), (b, a), (c, b)\} \quad X = \{a, b, c\}$$

$$f \circ f = \{(a, a), (b, b), (c, a)\}$$

$$f \circ f \circ f = \{(a, b), (b, a), (c, b)\}$$

39.

$$f = \{(0, 0), (1, 4), (2, 2), (3, 0), (4, 4), (5, 2)\}$$



Som diagrammet
visar är funktionen
vare sig 1-1 eller på
(injektiv eller surjektiv)