

Uppgift sju ger fyra, de andra ger tre poäng. För G krävs 12 poäng, för VG 18 poäng.

1. Hitta alla heltalslösningar till de följande ekvationerna.

(a)  $4362x + 7826y = 18$

(b)  $9367x + 9947y = 56$

(c)  $76x \equiv 20 \pmod{32}$

2. Låt  $A$  vara en mängd med  $n$  element.

(a) Vad är potensmängden av  $A$ ,  $\mathcal{P}(A)$ ?

(b) Vad är kardinaliteten av  $\mathcal{P}(A)$ ?

(c) Vad är kardinaliteten av  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$ ?

3. En följd definieras av att  $u_1 = 1$  och  $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$  för  $n \geq 1$ .

(a) Bestäm  $u_2, u_3, u_4$  och  $u_5$ . Redovisa beräkningarna.

(b) Bevisa (genom induktion) att  $u_n = n^2$  för all  $n \geq 1$ .

(c) Bevisa (genom induktion) att för alla  $n \geq 1$  gäller att

$$\sum_{k=1}^n u_k = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1).$$

4. Ange om följande påståenden är sanna eller falska. Glöm inte motivera ditt svar.

(a) Om  $2x \equiv 2y \pmod{10}$  så är  $x \equiv y \pmod{10}$ .

(b) Om  $2x \equiv 2y \pmod{11}$  så är  $x \equiv y \pmod{11}$ .

(c) Det finns en enkel graf med gradföljden (dvs vars hörn (vertices) har graderna) 2, 2, 2, 3, 4, 4.

(d) Det finns en enkel graf med 5 hörn (vertices) och 10 kanter (edges).

5. Låt  $A$ ,  $B$  och  $C$  vara mängder. Är följande påståenden sanna eller falska? Motivera dina svar.

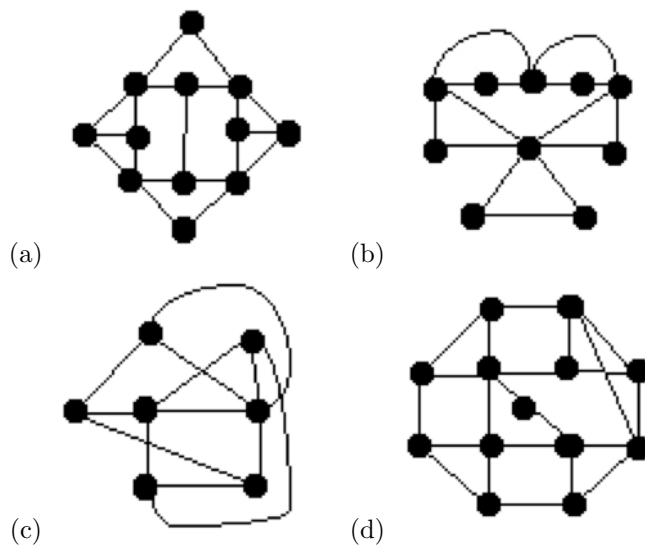
(a) Om  $A \cup B = A \cup C$  då är  $B = C$ .

(b) Om  $A \cap B = A \cap C$  då är  $B = C$ .

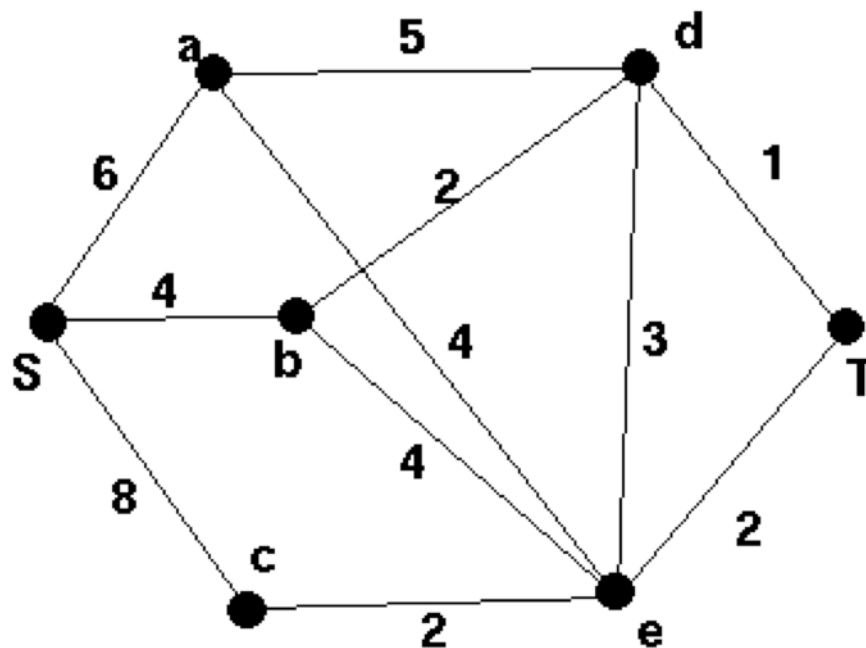
(c)  $A \setminus B = B \setminus A$  om och endast om  $A = B$ . ( $A \setminus B$  är mängddifferensen mellan  $A$  och  $B$ ).

6. Låt  $R$  vara en relation på heltalen som definieras av  $aRb$  om  $ab > 0$ . Är  $R$  reflexiv, symmetrisk och/eller transitiv? Är  $R$  en ekvivalensrelation?

7. Vilka av de följande graferna har en Eulerväg och vilka har en Hamiltoncykel?



8. (a) Hitta den kortaste vägen från  $S$  till  $T$  i grafen nedan.  
 (b) Hitta ett minimalt uppspannande träf i samma graf.



Lycka till!  
 Fredrik Engström  
 Mobiltelefon: 0730496178