

Alla uppgifter ger maximalt 3 poäng, utom sista som kan ge fyra poäng. För betyget G krävs 12 poäng och för VG krävs 18 poäng.

1. (a) Hur många positiva heltalslösningar finns det till ekvationen

$$x + y + z = 56?$$

- (b) Hur många permutationer av mängden  $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  finns det som inte har  $a$  och  $b$  intill varandra? (Kom ihåg att en permutation av mängden  $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  är en ordnad lista av elementen där alla element förekommer precis en gång.)

2. Hitta alla heltalslösningar till de följande ekvationerna.

(a)  $x^2 \equiv 4 \pmod{12}$

(b)  $32x - 45y = 56$

(c)  $2x \equiv 8 \pmod{78}$

3. (a) Skriv talet 3785 i basen 13 (tretton).

- (b) Formulera divisionsalgoritmen.

- (c) Vad är största gemensamma delare till 4561 och 8762?

Glöm inte att redovisa dina uträkningar.

4. (a) Skriv tre element i mängden  $[4]_{32}$  (dvs kongruensklassen modulo 32 som innehåller 4).

- (b) Vad är  $([4]_{32} \oplus [6]_{32}) \cup [5]_{16}$  uttryckt som  $[x]_m$ ?

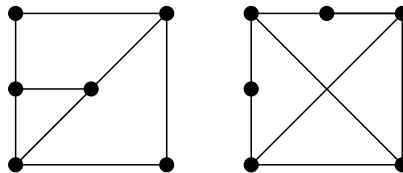
5. Om det går ge ett exempel på följande objekt (om det inte går motivera varför).

- (a) En injektiv funktion  $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{2, 3, 4\}$ .

- (b) En surjektiv funktion  $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{2, 3, 4\}$ .

- (c) En bijektiv funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow U$ , där  $U$  är mängden av alla udda naturliga tal.

6. Betrakta de två graferna:



- (a) Är de isomorfa?
- (b) Har de Hamiltoncykler?
- (c) Har de Eulercykler?

Glöm ej motivera!

- 7. Hur många (ickeisomorfa) träd med fem noder finns det? Rita dem alla och motivera varför de inte är isomorfa.
- 8. (a) Förenkla följande uttryck så långt som möjligt

$$\sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right).$$

- (b) Förenkla följande uttryck så långt som möjligt

$$\prod_{k=1}^n \frac{n+1}{n}.$$

- (c) Visa (med induktion) att

$$\sum_{k=1}^n (4k^3 - 3k^2 + k + 1) = n^4 + n^3 + n$$

för alla  $n \geq 1$ .

Lycka till!  
 Fredrik Engström  
 Mobiltelefon: 0730496178