

Uppgift 1 (Räkning)

(a) $2 + 3 \cdot 4 - 6 = \dots 2 + 12 - 6 = 14 - 6 = 8$

(b) $(2 + 3) \cdot (4 - 6) = \dots 5 \cdot (-2) = -10$

(c) $(-2)(-8) - 5(-4) = \dots 16 - (-20) = 16 + 20 = 36$

(d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \dots \frac{8}{15}$

(e) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} = \dots \frac{21}{42} + \frac{14}{42} + \frac{6}{42} = \frac{41}{42}$

(f) $\frac{2 - \frac{2}{9}}{\frac{8}{9}} = \dots \left(\frac{18}{9} - \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{9}{8} = \frac{16}{9} \div \frac{8}{9} = \frac{16}{9} \cdot \frac{9}{8} = \frac{16}{8} = 2$

(g) $\frac{18}{0.1 - 0.1(-2)} = \dots \frac{18}{0.1 + 0.2} = \frac{18}{0.3} = 10 \cdot \frac{18}{3} = 60$

(h) $2 \cdot 2^2 = \dots 2 \cdot 4 = 8$

(i) $-2^2 = \dots -4$

(j) $(-2)^2 = \dots 4$

(k) $\sqrt{4} = \dots 2$

(l) $(-2)^3 + (-1)^4 - (-1)^2 = \dots -8 + 1 - 1 = -8$

Uppgift 2 (Förenkling av uttryck)

Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

$$(a) \frac{x(2x)^2 - 2x^2}{2x^2 - x} = \frac{\cancel{x}(4x^2 - 2x)}{\cancel{x}(2x - 1)} = \frac{2x(2x - 1)}{2x - 1} = \underline{\underline{2x}}$$

$$(b) \frac{3x - 4}{3x} - \frac{2x - 3}{2x} = \frac{6x - 8 - (6x - 9)}{6x} = \frac{1}{\cancel{6x}}$$

$$(c) \left(\frac{a+2}{a-2} - \frac{a-2}{a+2} \right)^{-1} = \left(\frac{(a+2)^2 - (a-2)^2}{(a-2)(a+2)} \right)^{-1} = \frac{a^2 - 4}{\cancel{8a}}$$

$$(d) \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x} \cdot \frac{3 - x}{x + 2} = \frac{(x-2)\cancel{(x+2)}(3-x)}{\cancel{x}(x-3)\cancel{(x+2)}} = \frac{(2-x)}{\cancel{x}}$$

Uppgift 3 (Utveckling av parenteser)

Utveckla följande uttryck och förenkla sedan så långt som möjligt.

$$(a) (a+b)^2 - (a-b)^2 = \underline{\underline{4ab}}$$

$$(b) (x+1)(x-2)(x+3) = \underline{\underline{(x^2-x-2)(x+3) = x^3+2x^2-5x-6}}$$

$$(c) (x+1)(2x^2-x+3) = \underline{\underline{2x^3+x^2+2x+3}}$$

$$(d) (x-2x-1)(2x^2-x+3) = \underline{\underline{-x^3-x^2-2x-3}}$$

$$(e) (2x+3y-1)^2 = \underline{\underline{4x^2+12xy-4x+9y^2-6y+1}}$$

$$(f) (a+b)^4 = \underline{\underline{a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4}}$$

Uppgift 4 (Första- och andragradsekvationer)

Lös följande ekvationer. Ange exakta värden på x .

(a) $2(2x + 1) - 7(x - 1) = 8$.

$$\uparrow \quad 4x + 2 - (7x - 7) = 8$$

$$\uparrow \quad -3x + 9 = 8$$

$$\uparrow \quad -3x = -1$$

$\uparrow$

Svar: $x = \frac{1}{3}$

(b) $x^2 = 4$.

$$\downarrow \\ x = \pm \sqrt{4}$$

Svar: $x = \underline{2 \text{ eller } -2}$

(c) $x^2 - x - 6 = 0$.

$$\text{Svar: } x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 + 24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \underline{3 \text{ eller } -2} \dots$$

(d) $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

$$\text{Svar: } x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} = \underline{2 \text{ eller } \frac{1}{2}} \dots$$

Uppgift 5 (Derivering)

Bestäm $f'(x)$ för följande funktioner

(a) $f(x) = \frac{1}{x^2} + 3x^2$

$$= x^{-2} + 3x^2$$

Svar: $f'(x) = -2x^{-3} + 6x = -\frac{2}{x^3} + 6x$

(b) $f(x) = 3\sqrt{x} - 2$

$$= 3x^{\frac{1}{2}} - 2$$

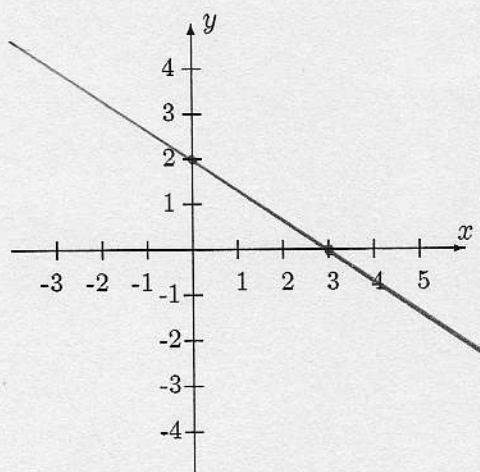
Svar: $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2\sqrt{x}}$

(c) $f(x) = 3e^{-2x}$

Svar: $f'(x) = -6e^{-2x}$

Uppgift 6 (Linjens ekvation)

- (a) Skissa linjen med ekvation $2x + 3y = 6$ i följande koordinatsystem.



- (b) Bestäm en ekvation för linjen som går genom punkterna $(1, 1)$ och $(3, 2)$.

Lutning = $\frac{2-1}{3-1} = \frac{1}{2}$, linjen går genom $(1, 1)$. Så $y = \frac{1}{2}x + m$ där
 $1 = \frac{1}{2} + m \Rightarrow m = \frac{1}{2}$

Svar: $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

- (c) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = 3x^2 - 4x - 2$ i punkten med $x = 1$. Om $x = 1$ är $y = 3 - 4 - 2 = -3$

$\frac{dy}{dx} = 6x - 4 \Rightarrow$ lutningen = $6 \cdot 1 - 4 = 2$, och linjen går genom $(1, -3)$

Så $y = 2x + m$ där $-3 = 2 + m \Rightarrow m = -5$

Svar: $y = 2x - 5$

Uppgift 7 (Polynomfunktioner)

Låt $f(x) = x^3 - 3x$.

(a) Bestäm $f(2)$.

Svar: $f(2) = \dots 2^3 - 6 = 8 - 6 = 2 \dots$

(b) Lös ekvationen $f(x) = 0$. Ange rötternas exakta värden.

$$\begin{aligned} x^3 - 3x &= 0 \\ \Downarrow \\ x(x^2 - 3) &= 0 \\ \Downarrow \\ x(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) &= 0 \end{aligned}$$

Svar: $x = \dots 0, -\sqrt{3} \text{ eller } +\sqrt{3} \dots$

(c) Bestäm $f'(x)$.

Svar: $f'(x) = \dots 3x^2 - 3 \dots$

(d) Lös ekvationen $f'(x) = 0$. Ange rötternas exakta värden.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ \Downarrow \\ 3x^2 - 3 &= 0 \\ \Downarrow \\ x^2 - 1 &= 0 \\ \Downarrow \\ (x-1)(x+1) &= 0 \end{aligned}$$

Svar: $x = \dots 1 \text{ eller } -1 \dots$

Uppgift 8 (Andragradspolynom)

Låt $p(x) = x^2 - 2x - 3$.

(a) Lös ekvationen $p(x) = 0$.

Svar: $x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = 1 \pm \sqrt{4} = 1 \pm 2 = 3 \text{ eller } -1$

(b) Skriv polynomet $p(x)$ som en produkt av två förstgradsfaktorer.

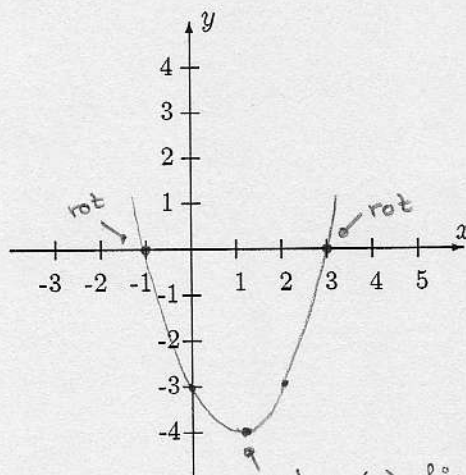
Svar: $p(x) = (x - (-1))(x - 3) = (x+1)(x-3)$

(c) Bestäm reella tal r och s sådana att $p(x) = (x+r)^2 + s$.

$$x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - (-1)^2 - 3 = (x-1)^2 - 4$$

Svar: $p(x) = (x + (-1))^2 + (-4)$

(d) Skissa kurvan $y = p(x)$ i följande koordinatsystem.



m.h.a (c) läs at $x=1$ ger minimumsvärdet $y=-4$.

(e) Lös olikheten $p(x) < 0$.

Svar: $-1 < x < 3$

Uppgift 9 (Logaritmer)

Beräkna följande logaritmer exakt.

$$(a) \lg(5) + \lg(200) = \lg(5 \cdot 200) = \lg(1000) = \lg(10^3) = 3$$

$$(b) \ln(e^3) = 3$$

$$(c) \frac{\ln(16)}{\ln(2)} = \frac{\ln(2^4)}{\ln 2} = \frac{4 \ln 2}{\ln 2} = 4$$