

MITTUNIVERSITETET

TFM

Tentamen 2006

MAAA26

Diskret Matematik för Yrkeshögskoleutbildning

Skrivtid: 5 timmar

Datum: 22 augusti 2006

Denna tenta omfattar 8 frågor, där varje fråga kan ge 3 poäng. Maximalt poängantal är 24. Delfrågornas poäng står angivna i marginalen inom []-parenteser. För betyg G krävs det 10 poäng och för betyg VG krävs 18 poäng.

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga, att de blir svåra att följa. Brister i framställningen kan ge poängavdrag även om slutresultatet är rätt!

Behandla högst en uppgift på varje papper!

Hjälpmedel: Skriv- och ritmaterial samt miniräknare som ej är symbolhanterande. Ange märke och modell på din miniräknare på omslaget till tentamen.

LYCKA TILL!!

Kontrollera att du skriver rätt Diskret Matematik A tenta!!

Den här tentan gäller kursen med

[Eriksson & Gavel]

som kursbok.

Uppgift 1

- (a) Låt A, B och C vara delmängder av grundmängden $\mathcal{U}$.
- (i) Rita ett Venndiagram som visar att mängderna A, B och C delar upp $\mathcal{U}$ i 8 disjunkta områden.
 - (ii) Markera området $X = A \cup (B^c \cap C)$ i ditt Venndiagram.
 - (iii) Sätt $\mathcal{U} = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, $A = \{a, e\}$, $B = \{a, d, g, h\}$ och $C = \{a, b, c, d\}$. Bestäm mängden X . [1.5p]
- (b) Ange följande mängder genom att lista elementen.
- (i) $\{2r^2 + 5 : r \in \mathbb{Z} \text{ och } -2 \leq r \leq 3\}$;
 - (ii) $\{-3^s : s \in \mathbb{Z} \text{ och } -2 \leq s \leq 3\}$. [1p]
- (c) Ange mängden $\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots\}$ med hjälp av mängdbyggaren. [0.5p]

Uppgift 2

- (a) Uttryck det binära talet $(100001110010101111)_2$
- (i) i basen 10;
 - (ii) som ett hexadecimalt tal. [1p]
- (b) Lös ekvationen $(x - 5)^2 = 16$. Visa dina uträkningar. [1p]
- (c) Förenkla uttrycket
$$\frac{y\sqrt{x} - x\sqrt{y}}{\sqrt{xy} - x}$$
 så långt som möjligt. Visa dina uträkningar. [1p]

Uppgift 3

- (a) Ange följande formel m.h.a. summatecken:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + (2n - 1) = n^2.$$

[1p]

- (b) Beräkna följande summa m.h.a. formeln i (a):

$$\sum_{n=100}^{300} (2n - 1).$$

[1p]

- (c) Den rekursiva talföljden $\{a_n\}_1^\infty$ definieras genom

$$\begin{cases} a_1 &= -2 \\ a_{n+1} &= n - 3a_n \end{cases} \quad \text{för } n \geq 1.$$

Beräkna a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 och a_7 . Visa dina uträkningar.

[1p]

Uppgift 4

- (a) Ange en sanningstabell för $p \Rightarrow q$. [0.5p]

- (b) Ange en sanningstabell för $\neg p \vee q$. [0.5p]

- (c) Låt a, b och n vara positiva heltal. Ange om följande påståenden är sanna eller falska. Ge ett motexempel om ett påstående är falskt.

- (i) $n > 0$;
- (ii) $n > 0 \Rightarrow n \geq 1$;
- (iii) $n \geq 1$;
- (iv) $n > 1 \Rightarrow a > b$;
- (v) $n < 1 \Rightarrow a > b$;
- (vi) $a > 1$ eller $b > 5 \Rightarrow ab \geq 10$;
- (vii) $a > 1$ och $b > 5 \Rightarrow ab \geq 10$;
- (viii) $n|ab \Rightarrow n|a$ eller $n|b$. [2p]

Uppgift 5

- (a) Förklara vad som menas med att en relation R på en mängd S är en ekvivalensrelation. [0.5p]

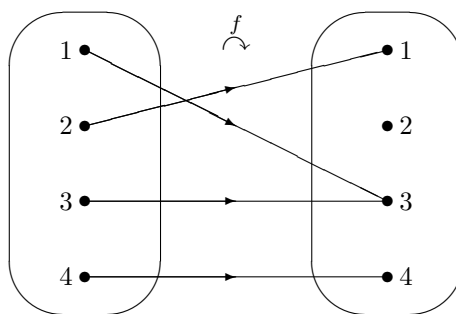
- (b) Låt R vara följande relation på mängden $S = \{w, x, y, z\}$.

$$R = \{(w, w), (x, y), (y, z), (z, x)\}$$

- (i) Rita relationsgrafen för R .
- (ii) Relationen R är inte reflexiv. Ange den minsta mängden av par som måste läggas till R för att R skall bli reflexiv.
- (iii) Relationen R är inte symmetrisk. Ange den minsta mängden av par som måste läggas till R för att R skall bli symmetrisk.
- (iv) Relationen R är inte transitiv. Ange den minsta mängden av par som måste läggas till R för att R skall bli transitiv.
- (v) Blir R en ekvivalensrelation om alla par du angav i (iii) och (iv) läggs till R ? Motivera ditt svar! [2.5p]

Uppgift 6

- (a) En funktion f representeras av diagrammet nedan.



- (i) Ange *definitionsområdet*, *målmängden* och *värdeområdet* till f .
 - (ii) Förklara varför f inte är varesig *injektiv* eller *surjektiv*. Ge ett specifikt motexempel i varje fall. [2]
- (b) Låt $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vara funktionen

$$g(x) = 7x + 2.$$

- (i) Förklara varför g är inverterbar.
- (ii) Bestäm g 's invers. [1]

Uppgift 7

Låt G vara grafen med hörnmängd $V(G) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ och grannmatrisen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

och låt H vara grafen med hörnmängd $V(H) = \{a, b, c, d, e, f\}$ och kantmängd

$$E(H) = \{ab, ac, bd, be, cd, ce, fd, fe\}.$$

- (a) Rita G och H .
- (b) Definiera vad som menas med att en graf är *bipartit*.
- (c) Är G bipartit? Motivera ditt svar.
- (d) Definiera vad som menas med att två grafer är *isomorfa*.
- (e) Är G och H isomorfa? Motivera ditt svar. [3]

Uppgift 8

- (a)
 - (i) Definiera vad som menas med att $a \equiv b \pmod{11}$.
 - (ii) Ange de 11 kongruensklasserna för kongruensrelationen $a \equiv b \pmod{11}$ på $\mathbb{Z}$.
 - (iii) Ange multiplikationstabellen för $\mathbb{Z}_{11}$. [1.5p]
- (b) Använd Euklides algoritm för att visa att det finns heltal s och t sådana att

$$8s + 11t = 5.$$

[1p]

- (c) Bestäm alla heltalslösningar x till kongruensen

$$8x \equiv 5 \pmod{11}.$$

Visa dina uträkningar. [0.5p]