

MITTUNIVERSITETET

TFM

Tentamen 2007

MAAA26

Diskret Matematik för Yrkehögskoleutbildning

Skrivtid: 5 timmar

Datum: 7 juni 2007

Denna tenta omfattar 8 frågor, där varje fråga kan ge 3 poäng. Maximalt poängantal är 24. Delfrågornas poäng står angivna i marginalen inom []-parenteser. För betyg G krävs det 10 poäng och för betyg VG krävs 18 poäng.

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas. Resonemang, ekvationslösningar och uträkningar får inte vara så knapphändiga, att de blir svåra att följa. Brister i framställningen kan ge poängavdrag även om slutresultatet är rätt!

Behandla högst en uppgift på varje papper!

Hjälpmedel: Medföljande formelblad, skriv- och ritmaterial samt miniräknare som ej är symbolhanterande. Ange märke och modell på din miniräknare på omslaget till tentamen.

LYCKA TILL!!

Kontrollera att du skriver rätt Diskret Matematik A tenta!!

Den här tentan gäller kursen med

[Eriksson & Gavel]

som kursbok.

Uppgift 1

- (a) Uttryck det decimala talet

$$t = 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8$$

- (i) som ett binärt tal;
(ii) som ett hexadecimalt tal. [1p]
- (b) Lös andragradsekvationen $3x^2 + 5x + 2 = 0$. Visa dina uträkningar. [1p]
- (c) Förenkla uttrycket

$$(2 \cdot 2^{x+2y})/4^{y+1}$$

så långt som möjligt. Visa dina uträkningar. [1p]

Uppgift 2

Låt $M = (X \cup Y)^c$ där

$X = \{x \in \mathbb{Z}_+ : x \geq 10\}$ och $Y = \{n \in \mathbb{Z}_+ : n \equiv 1 \pmod{2}\}$.

- (a) Ange mängden M
- (i) med hjälp av mängdbyggaren;
(ii) genom att lista elementen. [1.5p]
- (b) Låt $f : M \rightarrow \mathbb{Z}$ vara en funktion given av att $f(m) = 2m^2$. Ange funktionen genom att göra en värdetabell. Avgör med hjälp av tabellen om funktionen f är injektiv och/eller surjektiv. [1.5p]

Uppgift 3

- (a) Låt $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 1000\}$,
låt $A = \{n \in \mathcal{U} : 3|n\}$ och $B = \{n \in \mathcal{U} : n \text{ är jämnt}\}$.
- (i) Beräkna $|A|$, $|B|$ och $|A \cap B|$.
(ii) Bestäm antalet udda positiva heltal mindre än 1000 som har 3 som delare. [2p]
- (b) En kortlek består av 52 kort med fyra färger och tretton valörer i varje färg. Ett *par* består av två kort med samma valör. Hur många par finns det i en kortlek? [1p]

Uppgift 4

(a) Förklara vad som menas med att en relation R på en mängd S är

- (i) en ekvivalensrelation;
- (ii) en partialordning.

[1p]

(b) Definiera relationen R på mängden $S = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ genom att

$$(x_1, x_2) \in R \text{ om } x_1 x_2 > 0.$$

- (i) Rita relationsgraf för R .
- (ii) Bevisa att relationen R inte är en partialordning.
- (iii) Är relationen R en ekvivalensrelation? Motivera!

[2p]

Uppgift 5

(a) Beräkna summan

$$\sum_{n=4}^7 \frac{1}{n}$$

Visa dina uträkningar.

[1p]

(b) (i) Ange summan

$$S = 21 + 23 + 25 + 27 + 29 + \dots + 1001$$

m.h.a. summatecken.

(ii) Beräkna summan S .

[1p]

(c) Den rekursiva talföljden $\{a_n\}_0^\infty$ definieras genom

$$\begin{cases} a_0 &= 0 \\ a_{n+1} &= a_n + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} \end{cases} \quad \text{för } n \geq 0.$$

Beräkna a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 och a_6 . Visa dina uträkningar.

[1p]

Uppgift 6

- (a) (i) Definiera vad som menas med att $a \equiv b \pmod{7}$.
(ii) Ange kongruensklassen $[3]_7$ m.h.a. mängdbyggaren.
(iii) Beräkna $[3]_7 \odot [6]_7$ i $\mathbb{Z}_7$. [1p]
- (b) Hitta största gemensamma delaren av 728 och 259 med Euklides algorit. [0.5p]
- (c) Hitta heltal s och t så att

$$728s + 259t = \text{sgd}(728, 259).$$

[0.5p]

- (d) Hitta alla heltalslösningar till följande kongruenser:
- (i) $259x \equiv 7 \pmod{728}$;
(ii) $728x \equiv 7 \pmod{259}$;
(iii) $259x \equiv 1 \pmod{728}$. [1p]

Uppgift 7

Låt G vara en graf med hörnmängd $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ och grannmatris

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Rita G . [0.5p]
- (b) Definiera vad som menas med att en graf är ett *träd*. [0.5p]
- (c) När är två grafer H_1 och H_2 isomorfa? [0.5p]
- (d) Hitta tre icke-isomorfa spännande träd i G .
Motivera varför de inte är isomorfa. [1.5p]

Uppgift 8

- Beskriv *Kruskals Algoritm* för att hitta ett minimalt spännande träd i en viktad graf. [1.5p]
- Använd Kruskals Algoritm för att hitta ett minimalt spännande träd i den viktade grafen nedan. [1p]
- Ange vikten på trädet som du har hittat i (b). [0.5p]

