

MA053G

Diskret Matematik för Yrkeshögskoleutbildning

För att få bonuspoängen måste du skicka in dina lösningar så de är mig till hands senast måndagen den 12 maj kl. 10:00.

Uppgift 1

(a) Ange följande formel m.h.a. summatecken:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

(b) Beräkna följande summa m.h.a. formeln i (a):

$$\sum_{n=1}^{200} (2n-1)(2n+1).$$

(c) Den rekursiva talföljden $\{a_n\}_1^\infty$ definieras genom

$$\begin{cases} a_1 &= 0 \\ a_{n+1} &= 2a_n + n \quad \text{för } n \geq 1. \end{cases}$$

Beräkna a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 och a_7 . Visa dina uträkningar.

Uppgift 2

Låt G vara grafen med hörnmängd $V(G) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ och grannmatrisen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

och låt H vara grafen med hörnmängd $V(H) = \{a, b, c, d, e\}$ och kantmängd

$$E(H) = \{ab, ac, bc, cd, ce\}.$$

(a) Rita G och H .

(b) Definiera vad som menas med att en graf är *bipartit*.

(c) Är G bipartit? Motivera ditt svar.

(d) Definiera vad som menas med att två grafer är *isomorfa*.

(e) Är G och H isomorfa? Motivera ditt svar.

Uppgift 3

- (a) En ordnad följd med tre siffror konstrueras genom att välja siffror utan repetition ur mängden $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Bestäm
- (i) det totala antalet av sådana följder;
 - (ii) antalet följder som börjar med en udda siffra;
 - (iii) antalet följder som slutar på en udda siffra;
 - (iv) antalet följder som börjar och slutar med en udda siffra;
 - (v) antalet följder som börjar med en udda siffra eller slutar med en udda siffra men inte både och.
- (b) Hur många olika delmängder med precis 3 element finns det i mängden

$$\{2n + 3 \mid n \in \mathbb{Z}, 0 \leq n \leq 50\}?$$

Uppgift 4

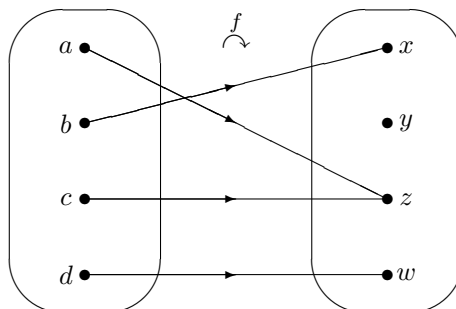
- (a) Förklara vad som menas med att en relation R på en mängd S är
- (i) reflexiv;
 - (ii) symmetrisk;
 - (iii) transitiv;
 - (iv) antisymmetrisk.
- (b) Låt R vara följande relation på mängden $S = \{w, x, y, z\}$.

$$R = \{(w, w), (w, y), (x, w), (x, x), (y, w), (y, z), (z, w)\}$$

- (i) Rita relationsgraf för R .
- (ii) Relationen R är inte symmetrisk. Ange den minsta mängden av par som måste läggas till R för att R skall bli symmetrisk.
- (iii) Relationen R är inte reflexiv. Ange den minsta mängden av par som måste läggas till R för att R skall bli reflexiv.
- (iv) Relationen R är inte transitiv. Ange den minsta mängden av par som måste läggas till R för att R skall bli transitiv.
- (v) Är relationen R antisymmetrisk? Motivera ditt svar!

Uppgift 5

- (a) En funktion f representeras av diagrammet nedan.



- (i) Ange *definitionsområdet*, *målmängden* och *värdeområdet* till f .
(ii) Förklara varför f inte är vare sig *injektiv* eller *surjektiv*. Ge ett specifikt motexempel i varje fall.
- (b) Låt $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vara funktionen

$$g(x) = 5x - 3.$$

- (i) Förklara varför g är inverterbar.
(ii) Bestäm g 's invers.

Uppgift 6

- (a) Ange en sanningsstabell för $p \rightarrow q$.
(b) Låt p och q vara följande två påståenden om positiva heltal n .

$$p : n < 10 \qquad q : \text{sgd}(n, 10) < 10.$$

Ange om följande påståenden är sanna eller falska. Ge ett motexempel om ett påstående är falskt.

- (i) $p \rightarrow q$;
(ii) $\neg q \rightarrow \neg p$;
(iii) $q \rightarrow p$.
- (c) Sätt upp en sanningsstabell som visar att $(\neg q \rightarrow \neg p) \leftrightarrow (q \vee \neg p)$.