

# OMY ASSIGNMENT 5 - SPRING 2007

$$\begin{aligned}
 (a) \quad 1621 &= 1261 \cdot 1 + 360 \\
 1261 &= 360 \cdot 3 + 181 \\
 360 &= 181 \cdot 1 + 179 \\
 181 &= 179 \cdot 1 + 2 \\
 179 &= 2 \cdot 89 + 1 \quad \text{so } \gcd(1261, 1621) = 1 \\
 2 &= 1 \cdot 2 + 0
 \end{aligned}$$

(b) Using Euclid's algorithm backwards we get

$$\begin{aligned}
 1 &= 179 - 2 \cdot 89 = 179 - (181 - 179) \cdot 89 = 179 \cdot 90 + 181 \cdot (-89) \\
 &= (360 - 181) \cdot 90 + 181 \cdot (-89) = 360 \cdot 90 + 181 \cdot (-179) \\
 &= 360 \cdot 90 + (1261 - 360 \cdot 3) \cdot (-179) = 1261 \cdot (-179) + 360 \cdot (627) \\
 &= 1261 \cdot (-179) + (1621 - 1261) \cdot 627 = 1261 \cdot (-806) + 1621 \cdot 627
 \end{aligned}$$

(2) Om  $x$  är antalet Abaxaktier och  $y$  är antalet Ariltmosaktier, får vi

$$17x + 71y = 3500 \quad x, y \in \mathbb{Z} \quad \textcircled{*}$$

Om skriv detta till  $17x = -71y + 3500$  där  $x, y \in \mathbb{Z}$ , dvs.  $17x \equiv 3500 \pmod{71}$  och då lös

$$17x \equiv 21 \pmod{71}$$

Euclid's algoritim på talen 71 och 17 ger

$$\begin{aligned}
 71 &= 17 \cdot 4 + 3 \\
 17 &= 3 \cdot 5 + 2 \\
 3 &= 2 \cdot 1 + 1 \\
 2 &= 1 \cdot 2 + 0 \quad \text{så } \gcd(71, 17) = 1 = 3 - 2 = 3 - (17 - 3 \cdot 5) = 3 \cdot 6 - 17 \\
 &= (71 - 17 \cdot 4) \cdot 6 - 17 = 71 \cdot 6 + 17 \cdot (-25)
 \end{aligned}$$

Av detta fås att multiplikativa inversen till  $[17]$  i  $\mathbb{Z}_{71}$  är  $[-25]_{71} = [46]_{71}$ , se

$$[x] = [46]_{71} \odot [21]_{71} = [966]_{71} = [43]_{71},$$

$$\text{så } x \in [43]_{71} = \{43 + 71k \mid k \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, -28, 43, 114, 185, 256, 327, \dots\}$$

Eftersom vi inte kan köpa ett negativt antal Abaxaktier, är vi bara intresserade av de positiva värden på  $x$ . Ur ekvationen  $\textcircled{*}$  får vi

$$y = \frac{3500 - 17x}{71}, \text{ och så fås tre lösningar:}$$

$$(i) \quad x = 43 \Rightarrow y = 39 \quad (= 43 \cdot 17 \text{ kr} = 731 \text{ kr Abax}, 39 \cdot 71 \text{ kr} = 2769 \text{ kr Ariltmos})$$

$$(ii) \quad x = 114 \Rightarrow y = 22 \quad (= 114 \cdot 17 \text{ kr} = 1938 \text{ kr Abax}, 22 \cdot 71 \text{ kr} = 1562 \text{ kr Ariltmos})$$

$$(iii) \quad x = 185 \Rightarrow y = 5 \quad (= 185 \cdot 17 \text{ kr} = 3145 \text{ kr Abax}, 5 \cdot 71 \text{ kr} = 355 \text{ kr Ariltmos})$$

Alla övriga positiva  $x$ -värden ger ett negativt  $y$ -värde. Eftersom vi vill investera ungefär lika mycket pengar i de båda bolagen, väljer vi lösning  $(ii)$  och ska då köpa

114 Abaxaktier och 22 Ariltmosaktier