NÅGRA UPPGIFTER PÅ INJEKTIVITET OCH SURJEKTIVITET

(1) Låt f vara en funktion från $\{1, 2\}$ till $\{a, b, c\}$.

a) Avgör om f är surjektiv.

b) Definiera själv f så att den blir injektiv.

c) Är f bijektiv?

(2) Visa att $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$ är injektiv. Är den surjektiv?

(3) Låt $g : \mathbb{R} \to [-1, 1]$, $g(x) = \sin x$.

a) Avgör om g är injektiv.

b) Avgör om g är surjektiv.

c) Är g bijektiv?

(4) Avgör utan att visa detta om $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$ är bijektiv.

Svar

(1) a) Inte surjektiv, eftersom $|\{1,2\}| < |\{a,b,c\}|$ så kan inte alla element i målmängden träffas.

b) Till exempel $f(1) = a; f(2) = b$.

c) Nej, eftersom f inte är surjektiv.

(2) Till exempel: Antag $3x_1 + 2 = 3x_2 + 2$, då $3x_1 = 3x_2$ och därmed också $x_1 = x_2$ vilket är precis vad definitionen för injektivitet säger.
Den är inte surjektiv, ty värdemängden består bara av heltal och inte hela $\mathbb{R}$. Detta kan också visas med ett exempel. Talet $\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$ men ekvationen $\frac{1}{2} = 3x + 2$ har lösningen $x = -\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$.

(3) a) Inte injektiv, ty $g(0) = g(\pi)$ men $0 \neq \pi$

b) Surjektiv, ty g är en kontinuerlig funktion med största värde 1 och minsta värde -1.

c) Inte bijektiv, eftersom den inte är injektiv.

(4) Den är bijektiv. Injektiv, ty klarar horisontaltestet. Surjektiv eftersom ekvationen $k = x^3$ har reel lösning för all $k \in \mathbb{R}$.