

Matematik breddning-introduktionskurs 2010

Delprov 2

Tomas Nilson

Skrivtid: 3 timmar

NAT

Hjälpmiddel: Miniräknare, formelsamling

Mittuniversitetet

Lösningarna skall presenteras på ett sådant sätt att uträkningar och resonemang blir lätta att följa. Avsluta varje lösning med ett tydligt angivet svar.

1. Beräkna följande summor

$$\text{a) } \sum_{k=1}^4 (2^k - 2k) \qquad \text{b) } \sum_{j=0}^4 \left(\frac{3}{2}\right)^j. \qquad (2\text{p})$$

2. Skriv följande summa med hjälp av Σ -notation. (1p)

$$9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49.$$

3. Avgör om följande serier konvergerar eller divergerar. Beräkna om möjligt deras värden.

$$\text{a) } \sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{5312}{5307}\right)^k \qquad \text{b) } \sum_{j=0}^{\infty} \frac{6000}{3^j}. \qquad (3\text{p})$$

4. Partialbråksuppdelning uttrycket $\frac{13x+14}{5x^2+7x}$. (3p)

5. Lös ekvationen $\sqrt{3x-6} - \sqrt{x-1} = 1$ för $x \in \mathbb{R}$. (3p)

6. Kan \star ersättas med något av tecknen $\Leftarrow, \Rightarrow, \Leftrightarrow$? Ange i så fall vilket. (2p)

$$\begin{aligned} \text{a) } \cos x = 0 \quad \star \quad x = \frac{\pi}{2} \\ \text{b) } x = 3 \quad \star \quad x^2 - 9 = 0. \end{aligned}$$

7. Ekvationen $z^4 + 3z^3 - 6z^2 + 12z - 40$ har en rot $z = -2i$. Lös ekvationen fullständigt. (3p)

8. Lös ekvationen $z = \sqrt{-7 + 24i}$. (3p)

9. Visa med hjälp av induktion att $\sum_{j=0}^n j^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ för alla $n \in \mathbb{N}$. (3p)

Lycka till!