

MA BREDDNING: NÅGRA REPUPPGIFTER INFÖR PROV 1

Materialet som vi passerat igenom från veckorna 3 till 8 är stort men för prov 1 kommer vi att fokusera på det som är mer eller mindre nytt för er. Där kan nämnas kombinatorik, binomialsatsen, mängdlära, olikheter, absolutbelopp, kägelsnitt och kanske synen på funktionsbegreppet. Naturligtvis kan man även få nytta av kunskaperna från de övriga avsnitten. Nedan finns några repetitionsuppgifter. Observera att detta inte är ett testprov. Svårighetsgraden här varierar slumpmässigt mellan uppgifterna, som bara är till för att påminna er om dessa områden.

- (1) Beräkna
 - a) $\binom{9}{3}$.
 - b) $P(4, 2)$.

- (2) När man tippar stryktips, ska man för varje match gissa om det blir hemmaseger, oavgjort eller bortaseger. Om stryktipset omfattar 13 matcher, hur många rader måste jag då tippa för att vara helt säker på att få 13 rätt?

- (3) Binomialutveckla $(x - y)^6$.

- (4) Bestäm den konstanta termen i utvecklingen av $(x^2 + \frac{3}{x})^9$.

- (5) Låt $A = \{1, 2, 5\}$ och $B = \{2, 6\}$.
 - a) Bestäm $A \cap B$.
 - b) Bestäm $|A \cup B|$.
 - c) Bestäm $B \setminus A$.
 - d) Bestäm $\mathcal{P}(A)$.

- (6) Bestäm mängden $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 3x = 10\}$.

- (7) Bestäm med hjälp av kvadratkomplettering var $f(x) = x^2 - 8x + 23$ har sin vertex.

- (8) Lös olikheten $x^2 + 5x - 6 > 0$.

- (9) Lös ekvationen $|2x - 3| = |3x - 2|$.

- (10) Avgör vilket av talen 13^{100} och 11^{107} som är störst.
- (11) Definitionsmängderna till följande funktioner är delmängder av \mathbb{R} . Bestäm dessa definitionsmängder.
- a) $f(x) = \ln x^2$.
 - b) $g(x) = 2 \ln x$.
 - c) $h(x) = \frac{1}{x^2-3}$.
- (12) Vad kallas andragrads kurvorna (kägelsnitten) som beskrivs av följande ekvationer?
- a) $(y - y_0)^2 = k(x - x_0)$, $k \neq 0$.
 - b) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.
- (13) Vilken slags kurva beskrivs av ekvationen $x^2 + 4x + 1 + y^2 - 2y = 0$? Rita en enkel skiss av kurvan.

Svar

(1) Beräkna

a) 84.

b) 12.

(2) $3^{13} = 1.594.323$.(3) $x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$.

(4) 61236.

Vi har termer $\binom{9}{k}(x^2)^k\left(\frac{3}{x}\right)^{9-k} = \binom{9}{k}3^{9-k}x^{2k}x^{-(9-k)} = \binom{9}{k}3^{9-k}x^{3k-9}$ och då vi löser $3k - 9 = 0$ så får vi att $k = 3$. Konstanten blir alltså $\binom{9}{3}3^6 = 84 \cdot 729 = 61236$. (På denna uppgift stod det tidigare fel i här i facit).

(5) a) $\{2\}$.

b) 4.

c) $\{6\}$.d) $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{5\}, \{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 5\}, \{1, 2, 5\}\}$.(6) $A = \{1\}$.(7) $(4, 7)$. (Ty vi får $(x - 4)^2 + 7$).(8) $x < -6$ eller $x > 1$. (Faktorisera, dvs $(x + 6)(x - 1) > 0$ och studera tecken för faktorerna).(9) $x = \pm 1$. (Använd definitionen för $|x|$ och sätt upp ekvationen för de tre olika intervallen).(10) 11^{107} är störst. (Ty $107 \ln 11 \approx 256,57 > 110 \ln 13 \approx 256,49$).(11) a) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.b) \mathbb{R}_+ c) $\mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$.

(12) a) Parabel.

b) Hyperbel.

(13) En cirkel med radie 2 och medelpunkt i $(-2, 1)$. (Ty kvadratkomplettering ger $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$).